

FFI RAPPORT

DIGITALT KALIBRERTE RADARMÅLINGER MED USYNKRONISERT SENDER OG MOTTAKER

OLSEN Karl Erik, JOHNSRUD Steinar

FFI/RAPPORT-2001/04614

FFIE/726/170

Godkjent
Kjeller 2 Oktober 2001

John-Mikal Størdal
Forskningsjef

**DIGITALT KALIBRERTE RADARMÅLINGER
MED USYNKRONISERT SENDER OG MOTTAKER**

OLSEN Karl Erik, JOHNSRUD Steinar

FFI/RAPPORT-2001/04614

FORSVARETS FORSKNINGSINSTITUTT
Norwegian Defence Research Establishment
Postboks 25, 2027 Kjeller, Norge

P O BOX 25
 NO-2027 KJELLER, NORWAY
REPORT DOCUMENTATION PAGE

SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE
 (when data entered)

1) PUBL/REPORT NUMBER FFI/RAPPORT-2001/04614 1a) PROJECT REFERENCE FFIE/726/170	2) SECURITY CLASSIFICATION UNCLASSIFIED 2a) DECLASSIFICATION/DOWNGRADING SCHEDULE -	3) NUMBER OF PAGES 45		
4) TITLE DIGITALT KALIBRERTE RADARMÅLINGER MED USYNKRONISERT SENDER OG MOTTAKER DIGITAL CALIBRATION OF RADAR MEASUREMENTS WITH UNSYNCHRONIZED TRANSMITTER AND RECEIVER				
5) NAMES OF AUTHOR(S) IN FULL (surname first) OLSEN Karl Erik, JOHNSRUD Steinar				
6) DISTRIBUTION STATEMENT Approved for public release. Distribution unlimited. (Offentlig tilgjengelig)				
7) INDEXING TERMS IN ENGLISH: <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> a) <u>Radar signal processing</u> b) <u>Synchronisation</u> c) <u>Digital filters</u> d) _____ e) _____ </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> IN NORWEGIAN: a) <u>Radar signalprosessering</u> b) <u>Synkronisering</u> c) <u>Digitale filtre</u> d) _____ e) _____ </td> </tr> </table>			a) <u>Radar signal processing</u> b) <u>Synchronisation</u> c) <u>Digital filters</u> d) _____ e) _____	IN NORWEGIAN: a) <u>Radar signalprosessering</u> b) <u>Synkronisering</u> c) <u>Digitale filtre</u> d) _____ e) _____
a) <u>Radar signal processing</u> b) <u>Synchronisation</u> c) <u>Digital filters</u> d) _____ e) _____	IN NORWEGIAN: a) <u>Radar signalprosessering</u> b) <u>Synkronisering</u> c) <u>Digitale filtre</u> d) _____ e) _____			
THESAURUS REFERENCE: 8) ABSTRACT The report describes a signal processing algorithm used on radar data collected from a unsynchronized radar system. The algorithm makes corrections for the missing synchronization between transmitter and receiver, and has the capability to separate targets in range and velocity. Results from collected radar data are presented.				
9) DATE 2 Oktober 2001	AUTHORIZED BY This page only John-Mikal Størdal	POSITION Director of Research		

ISBN-82-464-0545-4

UNCLASSIFIED

SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE
 (when data entered)

INNHold

	Side	
1	INNLEDNING	7
2	UTSTYR OG MÅLEOPPSTILLING	7
3	TEORI OG ALGORITMER	9
3.1	Koding av utsendt signal	9
3.2	Dopplereffekter, strekking og krymping av signal	11
3.3	Matematisk modell av måleoppstilling	14
3.4	Prosessering av mottatt signal	17
3.4.1	Konklusjon	25
3.5	Resultater fra målekampanje på Herdla	25
3.5.1	Konklusjon	35
4	OPPSUMMERING OG KONKLUSJON	35
	APPENDIKS	36
A	LINEÆR OG SYKLISK KORRELASJON	36
A.1	Lineær og syklisk korrelasjon	36
A.1.1	Lineær korrelasjon	36
A.1.2	Syklisk korrelasjon	36
A.2	Sammenhenger mellom lineær og syklisk korrelasjon	38
A.3	Egenskaper ved lineær og syklisk korrelasjon	39
B	TEKNISKE DATA PÅ KOMPONENTER	42
	LITTERATUR	44
	Fordelingsliste	45

DIGITALT KALIBRERTE RADARMÅLINGER MED USYNKRONISERT SENDER OG MOTTAKER

1 INNLEDNING

I forbindelse med prosjekt "Ny MTB" har FFI bygget opp en radar for måling av radarsignatur. Hensikten er å foreta kontrollerte målinger av fartøyer og andre objekters radartverrsnitt.

Prosjekt 726, "Digital Multistatisk Radar" har brukt et høykapasitets datainnsamlings- og lagringssystem til å samle inn radardata fra Forsvarets måleradar. Dette ga muligheter til å samle inn representative datamengder fra ulike radarscenarier for prosessering i ettertid.

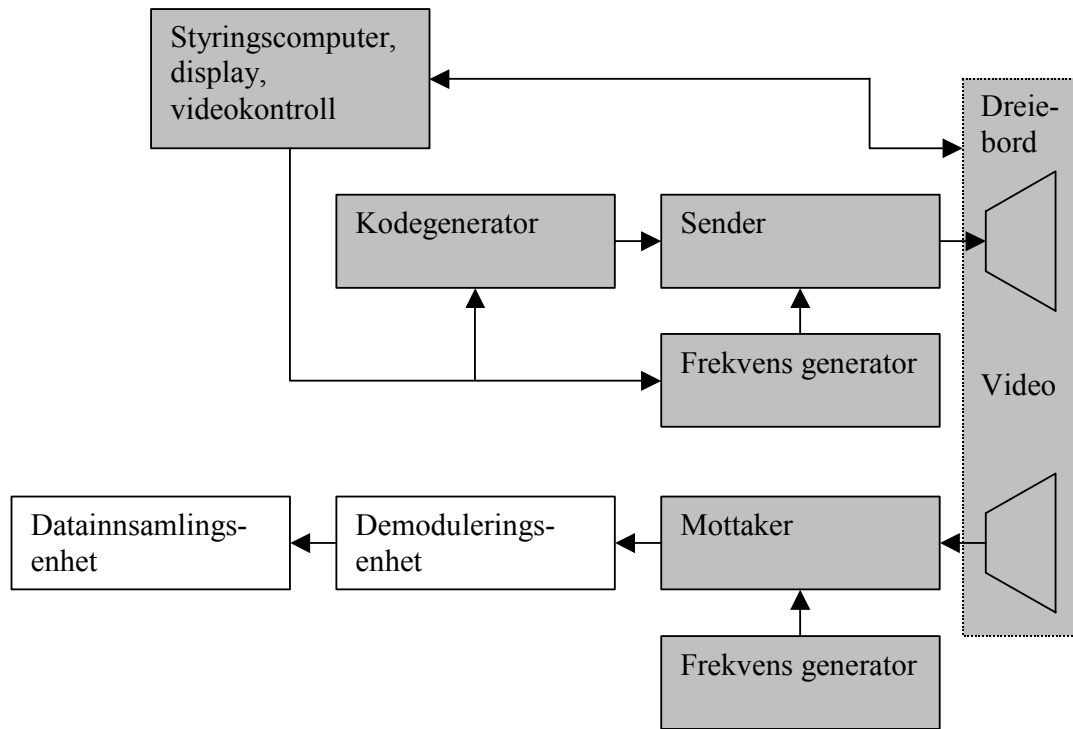
Formålet med aktiviteten var å finne egnede algoritmer tenkt benyttet i et fremtidig radarsystem, samt å legge grunnlag for konstruksjon av en demonstrator for et slikt system.

Rapporten beskriver en målekampanje utført på Herdla utenfor Bergen, hvor prosjekt "Ny MTB" gjennomførte målinger mot KNM Skjold. I en ledig tidsluke fikk prosjekt 726 låne måleradaren til sine målinger. Det understrekes at ingen av målingene presentert i denne rapporten er foretatt mot KNM Skjold.

Målsetningen med kampanjen var å undersøke om det lar seg gjøre å korrigere digitalt for den unøyaktighet som en separering av sender og mottaker i et radarsystem vil medføre. Spesielt er det unøyaktigheten i de to uavhengige frekvensgeneratorene i sender og mottaker som det korrigeres for i denne rapporten.

2 UTSTYR OG MÅLEOPPSTILLING

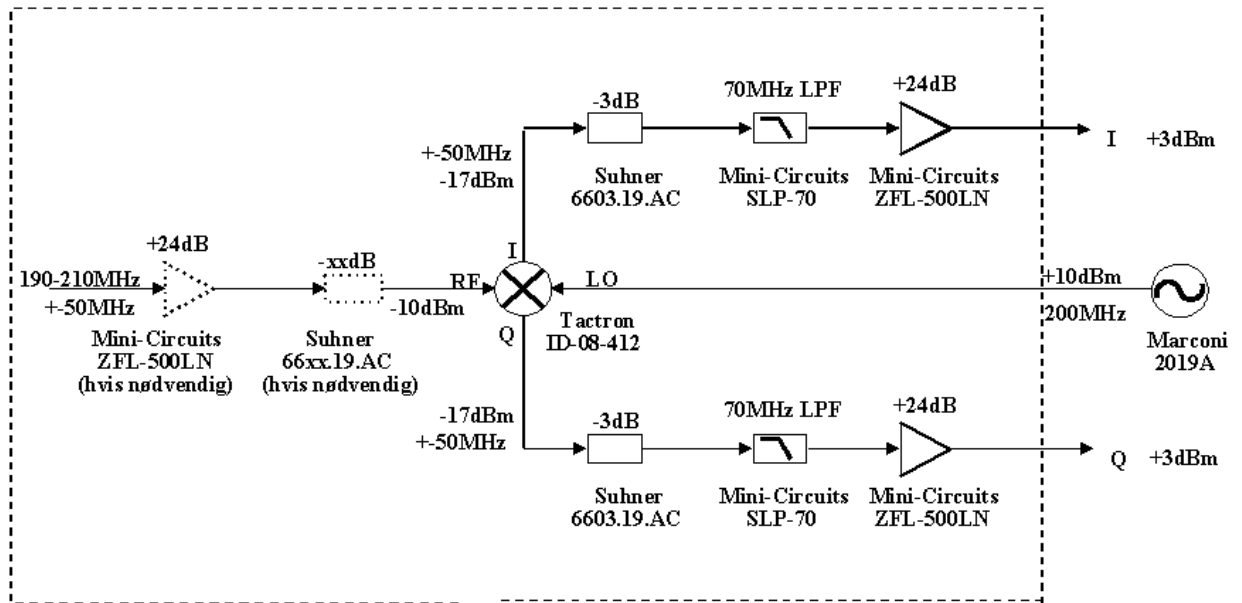
Forsvarets måleradar er beskrevet i en egen rapport (4). I måleoppstillingen ble måleradarens senderenhet benyttet, mens på mottakersiden ble kun antenne og signalkjeden frem til etter første demoduleringsstrinn benyttet. Deretter ble utstyr ikke tilhørende måleradaren brukt. Figur 2.1 viser en prinsippskisse av sender- og mottakeroppstilling, der de skraverte komponentene tilhører måleradaren. Demoduleringsenheten er nærmere beskrevet i Figur 2.2.



Figur 2.1 Figuren viser en prinsippskisse av hvordan måleradaren ble benyttet under målingene. De skraverte komponentene tilhører måleradaren. Demoduleringsenheten er nærmere beskrevet i Figur 2.2. De to frekvensgeneratorene er uavhengig hverandre.

I måleradarens mottaker blandes det mottatte signalet ned til rundt 200MHz , og sendes til demoduleringsenheten som er tilpasset et signal med frekvens rundt 200MHz . Den videre demodulering gjøres av iq-demodulator, Tactron ID-08-412. Signalet fra radarens mottaker kan forsterkes og/eller dempes for å tilpasse signalstyrken til spesifikasjonen på demodulatoren -10dBm . Demodulatorens LO inngang drives av en Marconi 2019A synthesizer. De tre frekvensgeneratorene er fullstendig frittstående i forhold til hverandre.

Etter demodulatoren blir I og Q signalet dempet, lavpassfiltrert og forsterket før det AD-konverteres. Damping og forsterkning gjøres for å tilpasse signalstyrken til AD-konverterenes inngangsfølsomhet. Lavpassfilteret demper signaler og støy med høyere frekvens enn samplingsfrekvensen.



Figur 2.2 Figuren viser en skisse av demoduleringsenheten fra måleoppstillingen i Figur 2.1.

For nærmere spesifikasjoner av komponenter, se appendiks B.

3 TEORI OG ALGORITMER

I dette avsnittet skal vi presentere grunnleggende teori og oppbygging av den matematiske modell vi skal benytte for måleoppstillingen.

3.1 Koding av utsendt signal

Forsvarets måleradar er en Continuous Wave (CW) radar, som benytter binær fasekoding av utsendt bæreølge. Fasen til bæreølgen skifter da 0 eller π radianer ved bestemte tidspunkt gitt av en binær stykkevis kontinuerlig funksjon, $n(t)$. Radarens utsendte signal kan da beskrives som

$$u_T(t) = \cos(2\pi f_T t + n(t)\pi + 2\pi\phi_T), \quad n(t) = \begin{cases} 0 & \text{for gitte } t \\ 1 & \text{for gitte } t \end{cases}, \quad (3.1)$$

hvor f_T og ϕ_T er bæreølgens frekvens og initielle fase, mens t angir tiden. Av praktiske hensyn i den videre analyse skal vi definere en kode gitt av den stykkevis kontinuerlige funksjonen $K(t)$, som antar verdiene $K(t) = -1$ eller $K(t) = 1$. Det utsendte signalet, (3.1) kan da skrives som

$$u_T(t) = K(t)\cos(2\pi f_T t + 2\pi\phi_T), \quad (3.2)$$

Funksjonen $n(t)$ og $K(t)$ er da relatert gjennom

$$K(t) = (-1)^{n(t)}. \quad (3.3)$$

Binært faseskift er *ikke* en anbefalt form for koding av signal for å kamuflere signalet som støy. Man kan lett løsrive seg fra koden ved å kvadrere likning (3.2), som da blir

$$u_T^2(t) = \cos(2\pi f_T t + 2\pi\phi_T)^2. \quad (3.4)$$

Vi har fjernet koden, og sitter igjen med en lett kjennelig kvadrert cosinusfunksjon. Forsvarets måleradar har imidlertid pr dags dato ikke mulighet for å benytte andre typer koder, og vi vil derfor også benytte denne kodetypen i dette arbeidet.

Avstandsopløsningen bestemmes av båndbredden eller bitraten i koden. I rapporten vil begge begrep forekomme. Forsvarets måleradar har ti avstandsopløsninger i intervaller fra 0,25m til 128m. Avstandsopløsningene med korresponderende båndbredde er gitt i Tabell 3.1.

Avstandsopløsning, [m]	Båndbredde, [MHz]
0,25	600,000000
0,50	300,000000
1,00	150,000000
2,00	75,000000
4,00	37,500000
8,00	18,750000
16,00	9,375000
32,00	4,687500
64,00	2,343750
128,00	1,171875

Tabell 3.1 Tabellen angir Forsvarets måleradars avstandsopløsning med tilsvarende båndbredde på koden.

Dersom vi har et signal med båndbredde B , vil dette signalet gi en avstandsopløsning ΔR på

$$\Delta R = \frac{c}{2B}, \quad (3.5)$$

hvor c er lyshastigheten. Båndbredden i koden angir hvor ofte i tid koden kan skifte mellom verdiene $K(t) = -1$ og $K(t) = 1$. Koden består av M antall verdier $K(t) = -1$ eller $K(t) = 1$. I en CW-radar vil koden sendes syklisk om og om igjen. Da koden består av M elementer eller bit, vil koden ha en periode på

$$T = \frac{M}{B_{kode}}, \quad (3.6)$$

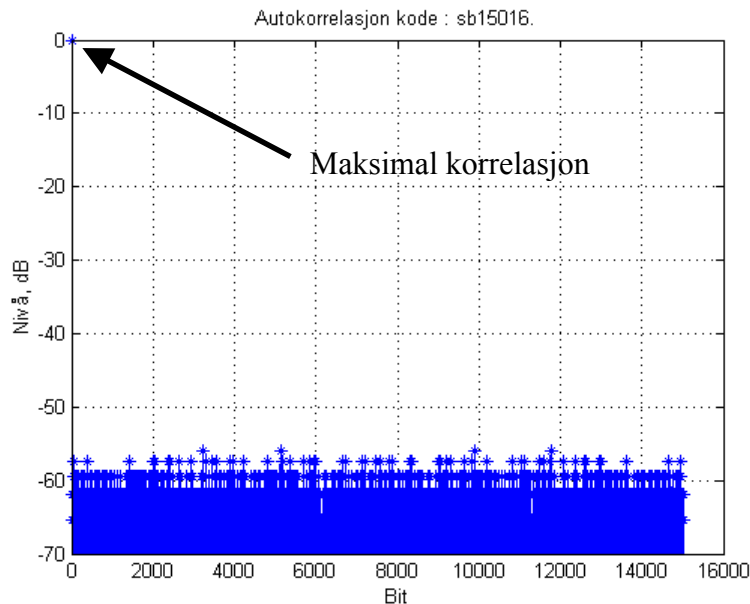
hvor B_{kode} er kodens båndbredde. Det utsendte signal $u_T(t)$, gitt i likning (3.2) vil *ikke* være periodisk med periode T . Det er *koden* som er periodisk med periode T . Bærebølgen løper kontinuerlig, og vil dermed drive i forhold til koden. Funksjonen $K(t)$ kan beskrives som

$$K(t) = a_j, \quad \frac{j}{B} \leq t < \frac{j+1}{B}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, M-1, \quad (3.7)$$

hvor $a_j = \pm 1$ avhengig av bitene i koden. Periodisiteten beskrives

$$K(t) = K(t + nT), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.8)$$

Koden vi skal benytte i dette arbeidet er en kode fra måleradaren, sb15016. For ytterligere informasjon og teori bak kodene henviser vi til (1). Den sykliske korrelasjonen av koden mot seg selv er vist i Figur 3.1.



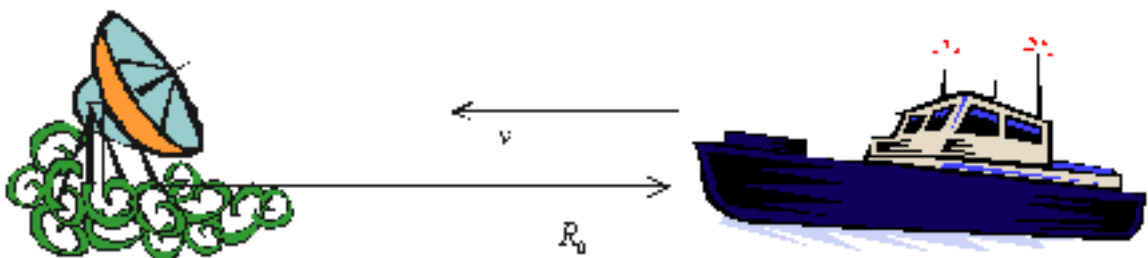
Figur 3.1 Figuren viser den sykliske korrelasjonen av koden, sb15016, mot seg selv.

Figur 3.1 viser at høyeste sidetopp i den sykliske korrelasjonen ligger omtrent 55dB under hovedtoppen. Videre i dette kapittelet skal vi se at denne figuren gir et dårlig bilde av kodens egenskaper når det gjelder å finne mål i en avstand og med hastighet.

3.2 Dopplereffekter, strekking og krymping av signal

Vi skal i dette avsnittet se litt nærmere på hvilken innvirkning et mål i bevegelse har for signalet vi mottar. Dette er basert på en artikkel av Jin *et al*, (3).

La $u_r(t)$ være signalet i likning (3.2). Dette signalet sender vi ut, og det brer seg ut med konstant hastighet c . Målet befinner seg i en avstand R_0 ved tiden $t = 0$, og kommer mot radaren med konstant radiell hastighet v . Figur 3.2 viser en skisse av dette.



Figur 3.2 Figuren viser en skisse av radar og mål ved tidspunkt $t = 0$.

Posisjonen til målet som funksjon av tiden t er da gitt ved

$$R(t) = R_0 - vt. \quad (3.9)$$

Signalet utsendt bruker tiden $\tau(t)$ på å tilbakelegge avstanden sender-mål-mottaker. Et signal sendt fra sender ved tiden $t - \tau(t)$ mottas da i mottaker ved tiden t ,

$$u_R(t) = \alpha u_T(t - \tau(t)), \quad (3.10)$$

hvor $u_R(t)$ er mottatt signal ved tiden t , og α er en parameter som justerer for amplitudeskalering av det utsendte signalet $u_T(t)$. Signalet mottatt ved tiden t ble reflektert fra målet ved tiden $t - \tau(t)/2$. Da var avstanden til målet, ligning (3.9) innstatt tiden $t - \tau(t)/2$

$$R\left(t - \frac{\tau(t)}{2}\right) = R_0 - v\left(t - \frac{\tau(t)}{2}\right). \quad (3.11)$$

Strekning er lik hastighet ganger tid, som gir oss avstanden sender-mål,

$$R\left(t - \frac{\tau(t)}{2}\right) = c \frac{\tau(t)}{2}. \quad (3.12)$$

Vi setter (3.12) inn i (3.11) og får

$$c \frac{\tau(t)}{2} = R_0 - v\left(t - \frac{\tau(t)}{2}\right), \quad (3.13)$$

som vi løser med hensyn på $\tau(t)$. Da har vi

$$\tau(t) = \frac{2 \frac{R_0}{c}}{1 - \frac{v}{c}} - \frac{2 \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} t. \quad (3.14)$$

Dette gir oss at ligning (3.10) kan skrives

$$u_R(t) = \alpha u_T\left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} t - \frac{2R_0}{1 + \frac{v}{c}}\right). \quad (3.15)$$

Uttrykket i ligning (3.15) kan forenkles. Vi rekkeutvikler under antakelsen $0 < |v/c| \ll 1$,

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 + \dots\right) = 1 + \frac{2v}{c} + O\left(\left(\frac{v}{c}\right)^2\right), \quad 0 < \left|\frac{v}{c}\right| \ll 1. \quad (3.16)$$

Tilsvarende får vi

$$\frac{\frac{2R_0}{c}}{1+\frac{v}{c}} = \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 - \dots \right) = \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c} \right) + O\left(\left(\frac{v}{c}\right)^2\right), \quad 0 < \left|\frac{v}{c}\right| \ll 1. \quad (3.17)$$

Vi ser bort fra andre ordens ledd og høyere, og setter resultatene fra ligningene (3.16) og (3.17) inn i ligning (3.15). Da har vi

$$u_R(t) \approx \alpha u_T \left(\left(1 + \frac{2v}{c} \right) t - \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c} \right) \right). \quad (3.18)$$

Vi ser at det mottatte signalet får et faseskift og en skalering av tiden t i forhold til det utsendte signalet. Faseskiftet avhenger av avstanden og hastigheten til målet, mens skaleringen av tiden t avhenger av hastigheten til målet i tillegg til lyshastigheten c . Ligning (3.2) gir oss sammen med (3.18)

$$u_R(t) \approx \alpha K \left(\left(1 + \frac{2v}{c} \right) t - \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c} \right) \right) \cos \left(2\pi f_T \left(1 + \frac{2v}{c} \right) t + 2\pi\varphi_T - 2\pi \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c} \right) \right). \quad (3.19)$$

Cosinusleddet representerer bærebølgen. Vi ser at vi får et skift i frekvensen til bærebølgen, et dopplerskift, som følge av at målet beveger seg. Dopplerskiftet, f_D , er gitt ved

$$f_D = \frac{2v}{c} f_T. \quad (3.20)$$

Dopplerskiftet er for en gitt hastighet v proporsjonalt med bærebølgens frekvens f_T . Vi kan altså justere dopplerskiftet med bærebølgens frekvens. Dobler vi bærebølgens frekvens, dobler vi også dopplerskiftet for den samme hastigheten.

Da koden er bredbåndet i forhold til bærebølgen vil vi ikke få et dopplerskift på samme måten som for bærebølgen. Koden inneholder mange frekvenser, og et dopplerstrekk er en bedre beskrivelse. Dette ser vi fra Fourier-teorien, der vi har sammenhengen mellom tidsdomenet $x(t)$ og frekvensdomenet $X(f)$,

$$x(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right), \quad a \neq 0. \quad (3.21)$$

Vi skal i det videre anta at dopplerstrekket på koden er neglisjerbart for de målhastigheter vi skal se på. Dette er en rimelig antagelse for de kodene vi skal benytte (2).

Det betyr at t ikke kan bli stor i ligning (3.19), da den absolutte feilen i argumentet til koden vil bli stor, og sørge for at korrelasjonen vil bli dårlig. Dette er omhandlet i (2). Dopplerskiftet på bærebølgen kan vi ikke neglisjere selv for små t , da den absolutte feilen i argumentet til cosinus ville ha blitt for stor, selv om den relative feilen ville ha vært liten.

Med disse antakelsene definerer vi

$$f_R = \left(1 + \frac{2v}{c}\right) f_T, \quad (3.22)$$

og

$$\varphi_R = \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c}\right). \quad (3.23)$$

Notasjonen innført i ligningene (3.22) og (3.23) sammen med antakelsene vi har gjort gjør at vi kan skrive ligning (3.19) på formen

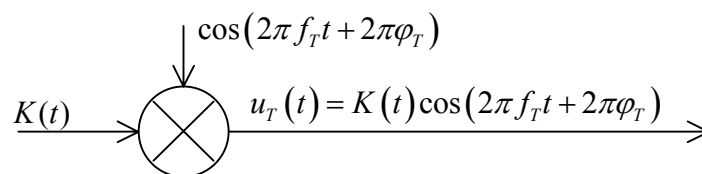
$$u_R(t) \approx \alpha K(t - \varphi_R) \cos(2\pi f_R t + 2\pi\varphi_T - 2\pi\varphi_R), \quad (3.24)$$

som utgjør det signalet vi mottar fra målet.

3.3 Matematisk modell av måleoppstilling

Den matematiske modellen vi skal benytte for vår måleoppstilling, Figur 2.1, er sterkt forenklet. Vi har valgt å justere signalnivået slik at vi utnytter dynamikken i AD'en. Dermed blir det kun mulig å sammenligne resultater hvor vi har den samme forsterkning og demping av signalet gjennom hele måleoppstillingen. Dette vil ikke utgjøre noen særlig begrensning på våre resultater.

Figur 3.3 viser en skjematisk fremstilling av den matematiske modellen for signalbehandlingen på sendersiden i måleradaren. Dette er en sterkt forenklet modell i forhold til virkeligheten i måleradaren. De komponentene som ikke inngår i den matematiske modellen står i hovedsak for en skalering av signalet gjennom kjeden, vi tar kun hensyn til moduleringer.



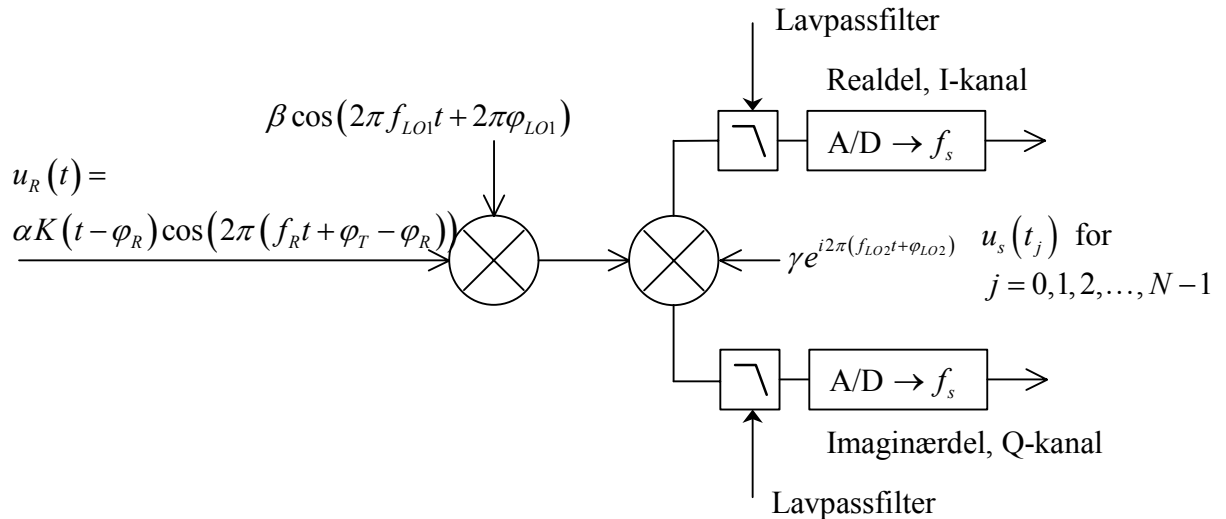
Figur 3.3 Figuren viser en skjematisk fremstilling av den matematiske modellen for signalbehandlingen på sendersiden i måleradaren. Koden, $K(t)$, moduleres med bæreølgen, som har frekvens f_T og fase φ_T . Det modulerte signalet sendes deretter ut.

La $K(t)$, $t > 0$, definere koden. Funksjonen $K(t)$ antar kun verdiene $K(t) = -1$ eller $K(t) = 1$. Koden består av M bit, og er periodisk med periode T , hvor T er gitt i ligning (3.6).

Bæreølgen har amplitude en, frekvensen f_T og fase φ_T . Koden blandes med bæreølgen og gir signalet $u_T(t)$ gitt ved

$$u_T(t) = K(t) \cos(2\pi f_T t + 2\pi\varphi_T), \quad t > 0. \quad (3.25)$$

Figur 3.4 viser en skjematisk fremstilling av den matematiske modellen for signalgangen etter mottak på mottakersiden i måleoppstillingen. Anta vi kun har ett mål.



Figur 3.4 Figuren viser en skjematisk fremstilling av den matematiske modellen for signalgangen etter mottak på mottakersiden i måleoppstillingen. Mottatt signal $u_R(t)$ består av en skalert bærebølge med frekvens f_R og fase $\varphi_T - \varphi_R$, pålagt en kode $K(t)$. Mottatt signal moduleres med en cosinusbølge med frekvens f_{LO1} og fase φ_{LO1} . Deretter demoduleres signalet i en IQ-demodulator hvor blandeølgen har frekvens f_{LO2} og fase φ_{LO2} . Hver av kanalene I og Q filtreres så med et lavpassfilter før de samples med samplingsfrekvens f_s .

Vi mottar et skalert signal $u_R(t)$ bestående av en bærebølge med frekvens f_R og fase $\varphi_T - \varphi_R$, pålagt en forsinket kode $K(t)$. Dette skriver vi

$$u_R(t) = \alpha K(t - \varphi_R) \cos(2\pi f_R t + 2\pi\varphi_T - 2\pi\varphi_R), \quad (3.26)$$

hvor α er en reell størrelse. Signalet $u_R(t)$ moduleres i første lokaloscillator, $LO1$, med en cosinusbølge med amplitude β , frekvens f_{LO1} og fase φ_{LO1} . Andre lokaloscillator, $LO2$, er en IQ-demodulator med blandeølge med amplitude γ , frekvens f_{LO2} og fase φ_{LO2} . Signalet etter modulasjon, men før filtrering skrives da som

$$u_R(t) = \alpha K(t - \varphi_R) \cos(2\pi f_R t + 2\pi\varphi_T - 2\pi\varphi_R) \beta \cos(2\pi f_{LO1} t + 2\pi\varphi_{LO1}) \gamma e^{i(2\pi f_{LO2} t + 2\pi\varphi_{LO2})}. \quad (3.27)$$

Uttrykket i (3.27) kan ved hjelp av Euler's formel og andre kjente trigonometriske formler skrives om til

$$\begin{aligned}
u_1(t) = & \frac{1}{4} \alpha \beta \gamma K(t - \varphi_R) \left[e^{i2\pi(f_{LO2} + f_R + f_{LO1})t} + e^{i2\pi(\varphi_{LO2} + \varphi_T - \varphi_R + \varphi_{LO1})} \right. \\
& + e^{i2\pi(f_{LO2} + f_R - f_{LO1})t} + e^{i2\pi(\varphi_{LO2} + \varphi_T - \varphi_R - \varphi_{LO1})} \\
& + e^{i2\pi(f_{LO2} - f_R + f_{LO1})t} + e^{i2\pi(\varphi_{LO2} - \varphi_T + \varphi_R + \varphi_{LO1})} \\
& \left. + e^{i2\pi(f_{LO2} - f_R - f_{LO1})t} + e^{i2\pi(\varphi_{LO2} - \varphi_T + \varphi_R - \varphi_{LO1})} \right]
\end{aligned} \tag{3.28}$$

I våre målinger vil frekvenser som f_R og f_{LO1} typisk være i gigahertz området, mens f_{LO2} typisk vil være rundt noen hundre megahertz. Vi skal innrette oss slik at $f = f_{LO2} + f_R - f_{LO1}$ blir i det frekvensbåndet vi kan sample. Vi lavpassfiltrerer slik at de andre frekvenskomponentene blir borte. Dermed har vi

$$u_2(t) \stackrel{\text{def}}{=} \eta K(t - \varphi_R) e^{i2\pi(f_{LO2} + f_R - f_{LO1})t} e^{i2\pi(\varphi_{LO2} + \varphi_T - \varphi_R - \varphi_{LO1})}, \tag{3.29}$$

hvor $\eta = \alpha \beta \gamma / 4$. Ligning (3.29) uttrykker mottatt signal etter filtrering før sampling.

Vi sampler N sampler fra $u_2(t)$ med samplingsfrekvensen f_s . Dette gir

$$u_s(t_j) \stackrel{\text{def}}{=} u_2\left(\frac{j}{f_s}\right), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \tag{3.30}$$

Det samlede signalet kan da skrives, ligning (3.30) innsatt (3.29)

$$u_s(t_j) = \eta K\left(t_j - \varphi_R\right) e^{i2\pi(f_{LO2} + f_R - f_{LO1})\frac{j}{f_s}} e^{i2\pi(\varphi_{LO2} + \varphi_T - \varphi_R - \varphi_{LO1})}, \tag{3.31}$$

for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Likningene (3.7), (3.8) og (3.31) beskriver det signalet vi forventer å ha etter sampling.

La koden bestå av M bit og starte i $t = 0$. Da opptrer den, ligning (3.6), på tidsintervallet

$$0 \leq t < \frac{M}{B_{kode}}. \tag{3.32}$$

Dette gir med samplingsfrekvensen f_s , ligning (3.30),

$$0 \leq j < \frac{f_s}{B_{kode}} M. \tag{3.33}$$

Ulikheten i (3.33) gir oss at koden består av $f_s M / B_{kode}$ sampler. Dersom brøken ikke gir et heltall sampler, vil vi få problemer med drift i koden i forhold til avstandsoppløsningen samlingen gir oss. For å unngå undersampling må vi ha $f_s > B_{kode}$ ¹.

¹ Vi sampler i to kanaler, I og Q.

3.4 Prosessering av mottatt signal

Vi ønsker å finne avstand til og hastighet på mål fra det samlede signalet $u_s(t_j)$ i ligning (3.31). Dette signalet skal vi korrelere mot et kjent referansesignal, $v(t_j)$,

$$v(t_j) = \begin{cases} C_j K(t_j) e^{i2\pi f_{ref} \frac{j}{f_s}} & j = 0, 1, 2, \dots, N_M - 1 \\ 0 & j = N_M, N_M + 1, \dots, N - 1 \end{cases}, \quad (3.34)$$

hvor C_j , $j = 0, 1, 2, \dots, N_M - 1$, er et filter, f_{ref} er frekvensen til bæreølgen i referansesignalet, f_s er samplingsfrekvensen, mens koden $K(t)$ er den samme koden som sendes ut. Vi konstruerer N sampler, hvor N_M er antall sampler på en kodelengde (3.33),

$$N_M = \frac{f_s}{B_{kode}} M, \quad (3.35)$$

der brøken i (3.35) er avrundet til nærmeste heltall.

I ligning (3.34) utvider vi den resamplede koden med $N - N_M$ nullpunkter. Fra appendiks A.2 har vi da at $z(t_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N - N_M$, fra (3.36) ikke er berørt av foldingen som den sykliske korrelasjonen gir oss. Dersom dette ikke gir tilstrekkelig med avstand, $R_0 = (N - N_M)c/(2f_s)$, må vi legge til nullpunkter i begge funksjonene vi korrelerer. Dette er beskrevet i appendiks A.2.

Vi ønsker å benytte Fast Fourier Transform/Inverse Fast Fourier Transform (FFT/IFFT) algoritmer for å gjøre korrelasjonen, og gjør dermed en syklisk korrelasjon, se tillegg A.1. Korrelasjonen vi vil utføre er definert

$$z(t_j) = \sum_{l=0}^{N-1} u_s(t_{l+j}) \overline{v(t_l)}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (3.36)$$

hvor

$$u_s(x_{j+mN}) = u_s(x_j) \quad \text{og} \quad v(x_{j+mN}) = v(x_j) \quad \text{for } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3.37)$$

for $j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. Ligning (3.36) innsatt (3.31) og (3.34) gir etter litt omorganisering

$$z(t_j) = \eta e^{i2\pi(\varphi_{LO2} + \varphi_T - \varphi_R - \varphi_{LO1})} e^{i2\pi(f_{LO2} + f_R - f_{LO1}) \frac{j}{f_s}} \sum_{l=0}^{N_M-1} C_l K(t_{l+j} - \varphi_R) K(t_l) e^{i2\pi(f_{LO2} + f_R - f_{LO1} - f_{ref}) \frac{j}{f_s}}, \quad (3.38)$$

for $j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. Vi trekker absoluttverdien av ligning (3.38) for å bli kvitt ukjente størrelser. Da har vi

$$|z(t_j)| = |\eta| \left| \sum_{l=0}^{N_M-1} C_l K(t_{l+j} - \varphi_R) K(t_l) e^{i2\pi(f_{LO2} + f_R - f_{LO1} - f_{ref}) \frac{l}{f_s}} \right|, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.39)$$

Anta at $f_{LO2} + f_R - f_{LO1} - f_{ref} = 0$. Det betyr at vi har enten null dopplerskift fra målet og modulerer like langt ned som vi modulerer opp, eller vi har et dopplerskift, og justerer for dette i moduleringen ned i forhold til moduleringen opp. Anta videre at $C_l = 1$ for $l = 0, 1, 2, \dots, N_M - 1$. Det betyr at vi ikke benytter noe filtrering. Vi har

$$|z(t_j)| = |\eta| \left| \sum_{l=0}^{N_M-1} K(t_{l+j} - \varphi_R) K(t_l) \right|, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.40)$$

Det er koden som gir oss avstanden til målet. Når produktet $K(t_{l+j} - \varphi_R) K(t_l) = 1$ for alle verdier av l har vi maksimal korrelasjon. Med andre ord vi bestemmer j . Fra (3.23) og (3.40) har vi

$$R_0 = \frac{jc}{2f_s} \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} \approx \frac{jc}{2f_s}. \quad (3.41)$$

På denne måten kan vi bestemme avstand til mål under forutsetning av at $f_{LO2} + f_R - f_{LO1} - f_{ref} = 0$. Anta at $f_{LO2} + f_R - f_{LO1} - f_{ref} = f$, hvor f er en konstant. Vi har valgt j slik at $K(t_{l+j} - \varphi_R) K(t_l) = 1$ for alle verdier av l . Vi definerer

$$f_{\text{mod}} \stackrel{\text{def}}{=} f_{LO2} + f_R - f_{LO1}, \quad (3.42)$$

og

$$f \stackrel{\text{def}}{=} f_{\text{mod}} - f_{ref}. \quad (3.43)$$

Sammen med dette gir likning (3.39)

$$|z(t_j)| = |\eta| \left| \sum_{l=0}^{N_M-1} e^{i2\pi f \frac{l}{f_s}} \right|, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.44)$$

Klassisk matematikk gir oss for heltallet $N_M \neq 0$,

$$\sum_{l=0}^{N_M-1} e^{i \frac{2\pi s}{N_M} l} = \begin{cases} = N_M & \text{for } s = mN_M, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ = 0 & \text{for heltallet } s \neq mN_M \\ \neq 0 & \text{for } s \text{ ikke heltall} \end{cases}. \quad (3.45)$$

Ligningene (3.44) og (3.45) gir oss at maksimal korrelasjon inntreffer når

$$f = mf_s, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots. \quad (3.46)$$

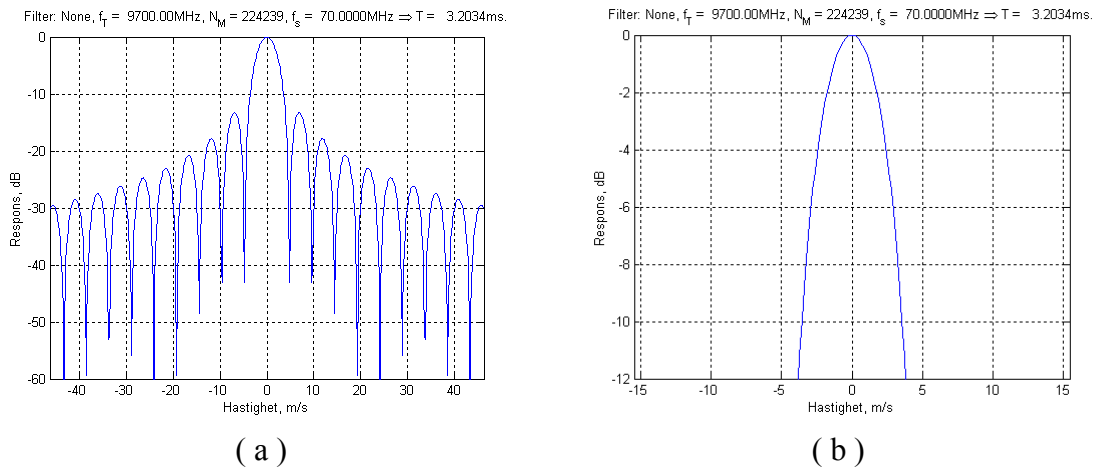
Dersom dopplerskiftet eller forskjellen i modulering i sender og mottaker holdes lavere enn samplingsfrekvensen, så er vi garantert kun en maksimal korrelasjonstopp fra målet.

Ligningene (3.44) og (3.45) gir oss at korrelasjonen vil være null for

$$\frac{N_M}{f_s} f \text{ heltall} \ \& \ f \neq m f_s, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.47)$$

Uttrykket i (3.47) gir oss kontroll over nullpunktene. Det nærmeste nullpunktet til korrelasjonstoppen vil inntreffe når $f N_M / f_s = \pm 1$, som gir

$$f = \pm \frac{f_s}{N_M}. \quad (3.48)$$



Figur 3.5 *Figurene viser responsen fra signalprosesseringen beskrevet i ligning (3.44) som funksjon av målets hastighet. Signalets bæreølge er $f_T = 9700\text{MHz}$. Signalprosesseringen inneholder ingen filtrering. Konstanten T er kodens periode slik den er beskrevet i ligning (3.6), mens sammenhengen bæreølge, hastighet og dopplerskift er gitt i ligning (3.20). Figur (b) er utsnitt av figur (a).*

Figur 3.5 viser responsen fra et mål i signalprosesseringen som funksjon av målets hastighet. Sammenhengen mellom dopplerskift, hastighet og bæreølges frekvens er gitt i ligning (3.20). Signalets bæreølge er $f_T = 9700\text{MHz}$. Signalprosesseringen inneholder ingen filtrering og vi ser at den gir god oppløsning i hastighet. Fra Figur 3.5 ser vi at omtrent 3m/s er den hastighetsoppløsningen vi kan forvente oss dersom vi ikke filtrerer. Da har responsen fra et mål falt med 6dB .

Vi ønsker oss en bredere hovedlobe, med lavere sidelober, altså større toleranse overfor mål med hastighet i hovedloben, mens vi ønsker oss lavere sidelober for å kunne undertrykke mål med andre hastigheter enn de som faller innenfor hovedloben. Dette oppnår vi ved å filtrere signalet vårt. Filteret, C_j , $j = 0, 1, 2, \dots, N_M - 1$, er lagt inn i ligning (3.34). Anta vi har ett mål og velger j i ligning (3.39) slik at $K(t_{l+j} - \varphi_R)K(t_l) = 1$ for alle verdier av l . Det betyr at målet befinner seg i den avstandscellen vi ser på. Ligning (3.39) kan da skrives

$$|z(t_j)| = |\eta| \left| \sum_{l=0}^{N_M-1} C_l e^{i2\pi f \frac{l}{f_s}} \right|, \quad (3.49)$$

hvor f er definert i ligning (3.43). Vi definerer filtrene Hamming og Hann,

$$C_l = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi l}{N_M}\right) \quad l = 0, 1, 2, \dots, N_M - 1, \quad (3.50)$$

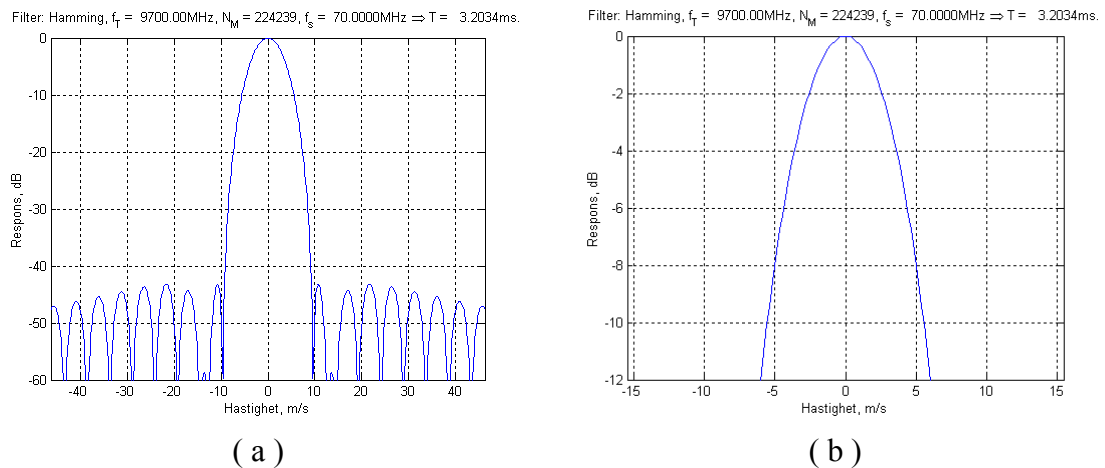
hvor Hamming har konstantene

$$a_0 = 0,53836 \quad \text{og} \quad a_1 = 0,46164 \quad (3.51)$$

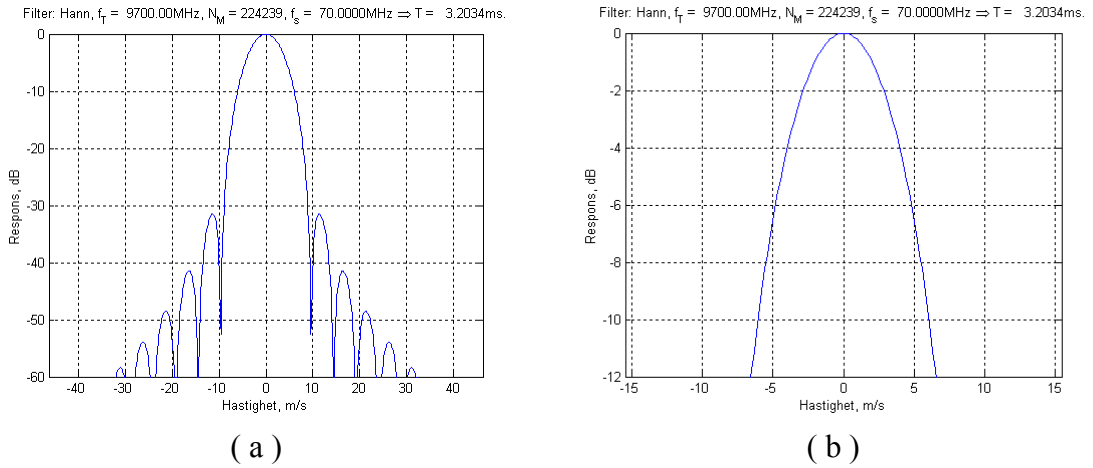
mens Hann har konstantene

$$a_0 = 0,5 \quad \text{og} \quad a_1 = 0,5. \quad (3.52)$$

Responser fra et mål i signalprosesseringen med disse filtrene er vist i Figur 3.6 og Figur 3.7.



Figur 3.6 Figuren viser responsen fra signalprosesseringen beskrevet i ligning (3.49) som funksjon av målets hastighet. Signalets bærebølge er $f_T = 9700\text{MHz}$. Signalprosesseringen inneholder filtrering med et Hamming filter. Konstanten T er kodens periode slik den er beskrevet i ligning (3.6), mens sammenhengen bærebølge, hastighet og dopplerskift er gitt i ligning (3.20). Figur (b) er utsnitt av figur (a).



Figur 3.7 Figuren viser responsen fra signalprosesseringen beskrevet i ligning (3.49) som funksjon av målets hastighet. Signalets bæreølge er $f_T = 9700\text{MHz}$. Signalprosesseringen inneholder filtrering med et Hann filter. Konstanten T er kodens periode slik den er beskrevet i ligning (3.6), mens sammenhengen bæreølge, hastighet og dopplerskift er gitt i ligning (3.20). Figur (b) er utsnitt av figur (a).

Figur 3.6 og Figur 3.7 viser at dersom vi benytter filtrering kan vi få en hastighets oppløsning på omtrent 5m/s , i motsetning til omtrent 3m/s for det ufiltrerte tilfellet, Figur 3.5.

Mål som har hastigheter som befinner seg utenfor hovedloben vil vi måtte prosessere separat. Vi opererer med en hastighetsoppløsning som er gitt av antallet bit i koden og frekvensen vi sender disse bitene med. Det er to alternative måter å prosessere ulike hastigheter på. Vi kan justere moduleringsfrekvensene eller vi kan skifte referansesignalets frekvensspekter.

Ønsker vi å justere moduleringsfrekvensene kan vi endre på f_{mod} i (3.42), eller f_{ref} i (3.43).

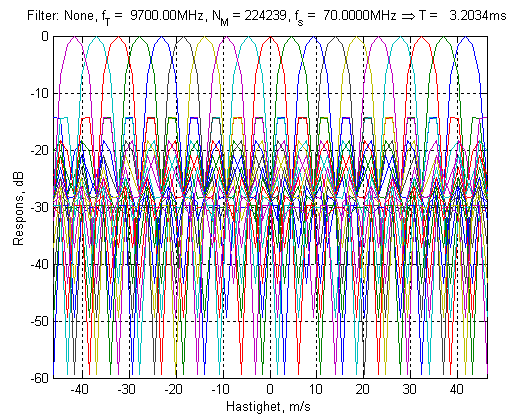
Det er naturlig å lage en bank av alternative dopplerskiftede koder med bæreølge på, som det skal korreleres mot. Dette er en operasjon som skal gjøres en gang, den trenger ikke å gjentas for hvert nytt datasett. Fordelen med metoden er at vi kan fininnstille hovedlobens toppunkt i forhold til de frekvensene/hastighetene vi er på jakt etter.

Alternativet er å skifte frekvensspekteret til koden syklisk. Korrelasjonen vil vi utføre gjennom bruk av FFT/IFFT-algoritmer. Da har vi tilgang til frekvensspekteret til signalene og gjennom syklisk skifting av Fourier koeffisientene til referansesignalet kan vi raskt og effektivt konstruere referansesignal for andre frekvenser, f_{ref} , enn vi har i utgangspunktet. Et syklisk skift av Fourierkoeffisientene til et signal utgjør en frekvensendring i tidsdomenet i det opprinnelige signalet. La $x(t_j)$ $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ være samplet med samplingsfrekvensen f_s . La $X(k)$, $k = -N/2, -N/2+1, \dots, N/2-1$, være den diskrete Fourier transformen til $x(t)$. Da har vi for heltallet $0 < |k_0| \leq N/2-1$ Fourier-paret

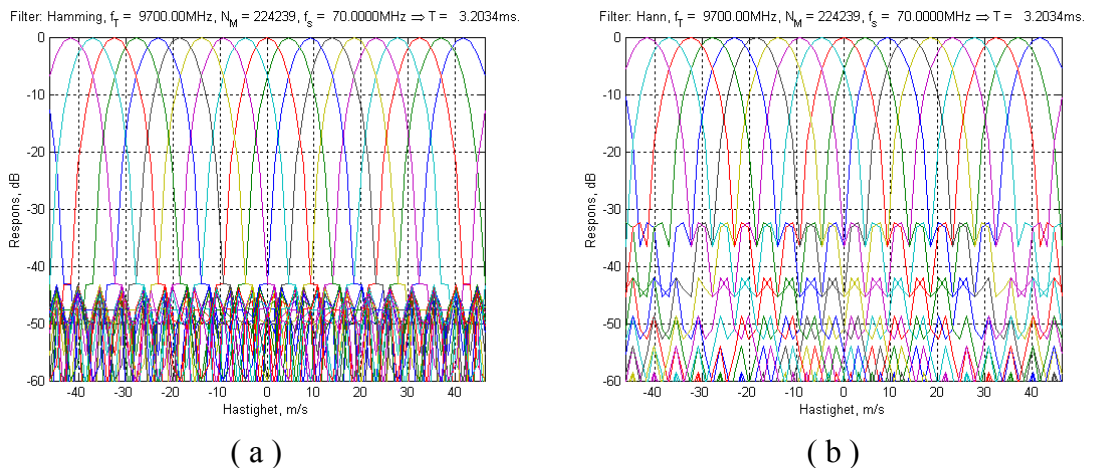
$$x(t) e^{i2\pi \frac{k_0}{f_s} t} \leftrightarrow X(k - k_0). \quad (3.53)$$

Nullpunktene til den ufiltrerte responsen kommer i f_s / N_M , mens et syklisk skift av

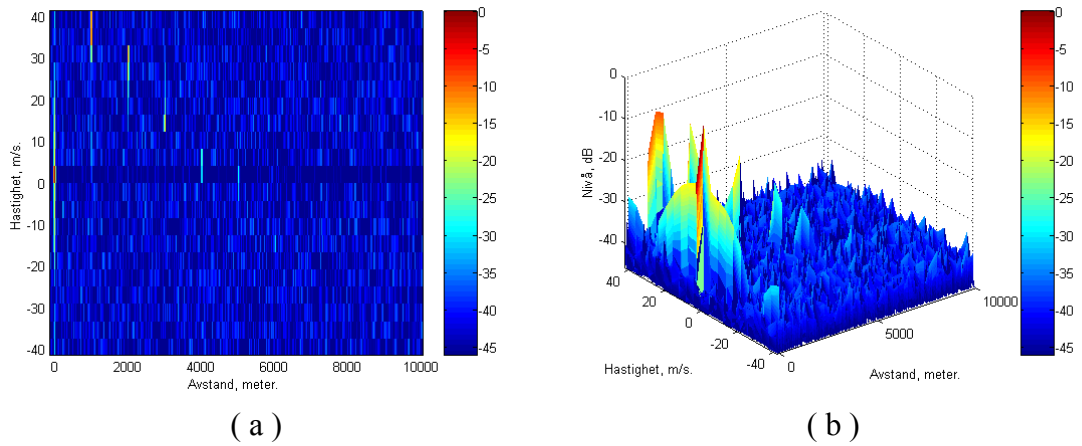
Fourierkoeffisientene gir et skift på f_s / N , hvor N er antallet sampler inn i Fourier transformen. Figur 3.8 og Figur 3.9 viser f_s / N , hvor $N = N_M$, skiftede versjoner av responsen for de ulike filtreringene. Metoden er rask og effektiv for å lage nye referansesignal, men det koster oss noe fleksibilitet i forhold til hvor hovedlobens toppunkt havner.



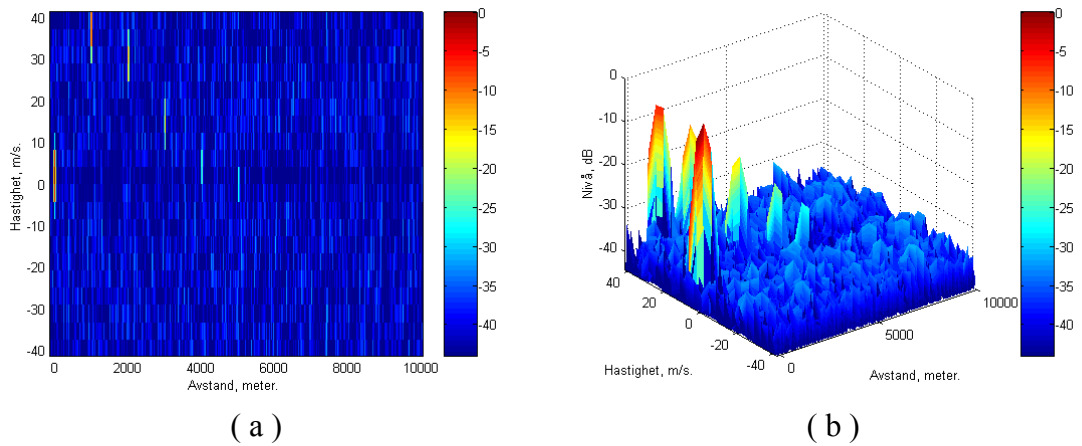
Figur 3.8 Figuren viser hvordan hovedloben i signalprosesseringsens respons forskyves for å dekke et bredere hastighetsområde. Hovedloben forskyves i frekvens f_s / N , hvor $N = N_M$, og utsendt bølge $f_T = 9700\text{MHz}$. Ingen filtrering er benyttet.



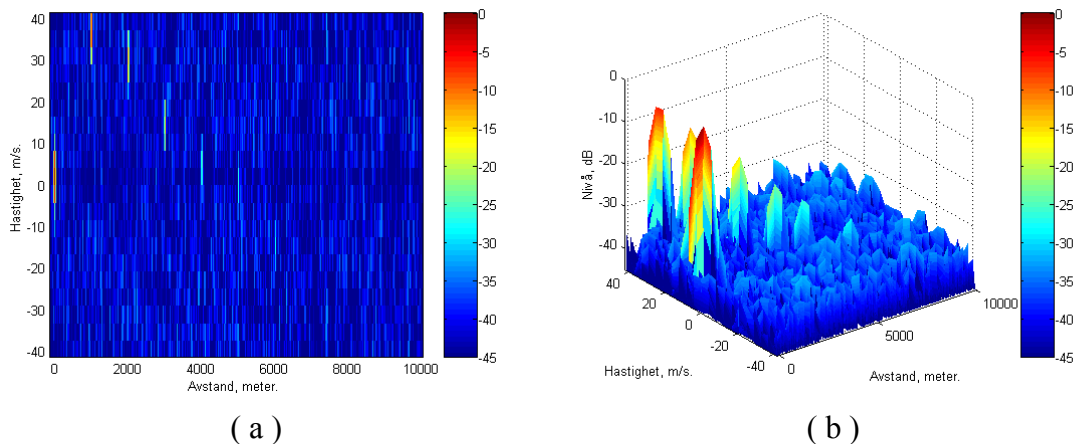
Figur 3.9 Figuren viser hvordan hovedloben i signalprosesseringsens respons forskyves for å dekke et bredere hastighetsområde. Hovedloben forskyves i frekvens f_s / N , hvor $N = N_M$, og utsendt bølge $f_T = 9700\text{MHz}$. Figur (a) viser forskyvningen med filter Hamming og figur (b) viser med filter Hann.



Figur 3.10 Figuren viser kunstige data prosessert med algoritmen forklart i dette avsnittet. Ingen filtre benyttes. I null avstand har vi et sterkt signal som vi synkroniserer på. Signalet har ingen dopplerskift, og gir nullpunkt både for avstand, hastighet og styrke. Data for målene vi har lagt inn er oppgitt i Tabell 3.2. Figur (b) er den samme som figur (a), sett fra en annen vinkel.



Figur 3.11 Figuren viser kunstige data prosessert med algoritmen forklart i dette avsnittet, filtrert med Hamming filter. I null avstand har vi et sterkt signal som vi synkroniserer på. Signalet har ingen dopplerskift, og gir nullpunkt både for avstand, hastighet og styrke. Data for målene vi har lagt inn er oppgitt i Tabell 3.2. Figur (b) er den samme som figur (a), sett fra en annen vinkel.



Figur 3.12 Figuren viser kunstige data prosessert med algoritmen forklart i dette avsnittet, filtrert med Hann filter. I null avstand har vi et sterkt signal som vi synkroniserer på. Signalet har ingen dopplerskift, og gir nullpunkt både for avstand, hastighet og styrke. Data for målene vi har lagt inn er oppgitt i Tabell 3.2. Figur (b) er den samme som figur (a), sett fra en annen vinkel.

Avstand, [m]	Hastighet, [m/s]	Styrke, [dB]	Kommentar
0	0	0	Synkronisering
1000	35	-5	Mål
2000	28	-10	Mål
3000	13	-15	Mål
4000	3	-20	Mål
5000	-2	-25	Mål
6000	-17	-30	Mål
7000	-26	-35	Mål
8000	-33	-40	Mål

Tabell 3.2 Tabellen gir data til de målene vi har prosessert i Figur 3.11.

Figur 3.10, Figur 3.11 og Figur 3.12 gir oss at signal fra mål som ligger mer enn 25dB under det sterkeste bidraget ikke vil dukke opp i signalprosesseringen. Støyen som dukker opp i alle avstander og hastigheter er støy generert av algoritmen, og vil variere fra prosessert kode til kode. Denne kan midles ut, men dette er ikke et tema for denne rapporten.

Prosesseringen vi har beskrevet korrelerer det samlede signalet i ligning (3.31) mot referansesignalet i ligning (3.34), skiftet for flere frekvenser. Vi skal benytte signalprosesseringen til å gjøre en kalibrering for å finne nøyaktige frekvenser slik at $f_{\text{mod}} - f_{\text{ref}} = 0$. Deretter ønsker vi å bestemme null avstand, slik at mål plasseres i riktig avstand fra radaren. Vi har ikke kontroll over når koden sendes i forhold til når vårt mottatte signal samples. Vi kalibrerer derfor ved å lete etter direktesignalet. Sender og mottaker står så nærme hverandre at direktesignalet vil være et godt signal å synkronisere på. Når direktesignalet er identifisert er det enkelt å justere f_{ref} slik at $f_{\text{mod}} - f_{\text{ref}} = 0$ og vi har et nullpunkt for hastighet. I tillegg kan vi anta at direktesignalet skal komme i null avstand. Når dette er gjort, vil mål

komme i rett avstand og hastighet i forhold til radar. De ufiltrerte data er best egnet til å finne frekvensen det må korrigeres med, da disse gir den skarpeste oppdelingen i frekvens. For finjustering kan vi fininnstille referansesignalet, ligning (3.34), til nøyaktig ønsket frekvens, og deretter lete etter beste respons.

3.4.1 Konklusjon

Vi har skissert en algoritme for å finne og korrigere for unøyaktige, men frekvensstabile referansesignaler fra frittstående frekvensgeneratorene i et radarsystem. Algoritmen forutsetter et kjent referansesignal med en viss styrke. Algoritmen kan etter å ha korrigert for avstand og hastighet også benyttes til å finne mål i ønskede hastigheter og avstander. Med de parametre vi har benyttet kan ikke signal fra mål befinne seg mer enn $25dB$ under sterkeste signal inn på mottaker. Denne grensen er avhengig av parametre som kodelengde og avstandsopløsning.

Alle resultater og analyser har vært utført med og uten filtre. Vi har sett på filtrene Hamming og Hann. I korrigerende av frekvens kan det lønne seg å ikke benytte filter da dette gir den skarpeste responsen. Filtrene kan benyttes for å øke algoritmens evne til å få frem respons fra mål med hastighet uten å øke prosesseringsmengden.

3.5 Resultater fra målekampanje på Herdla

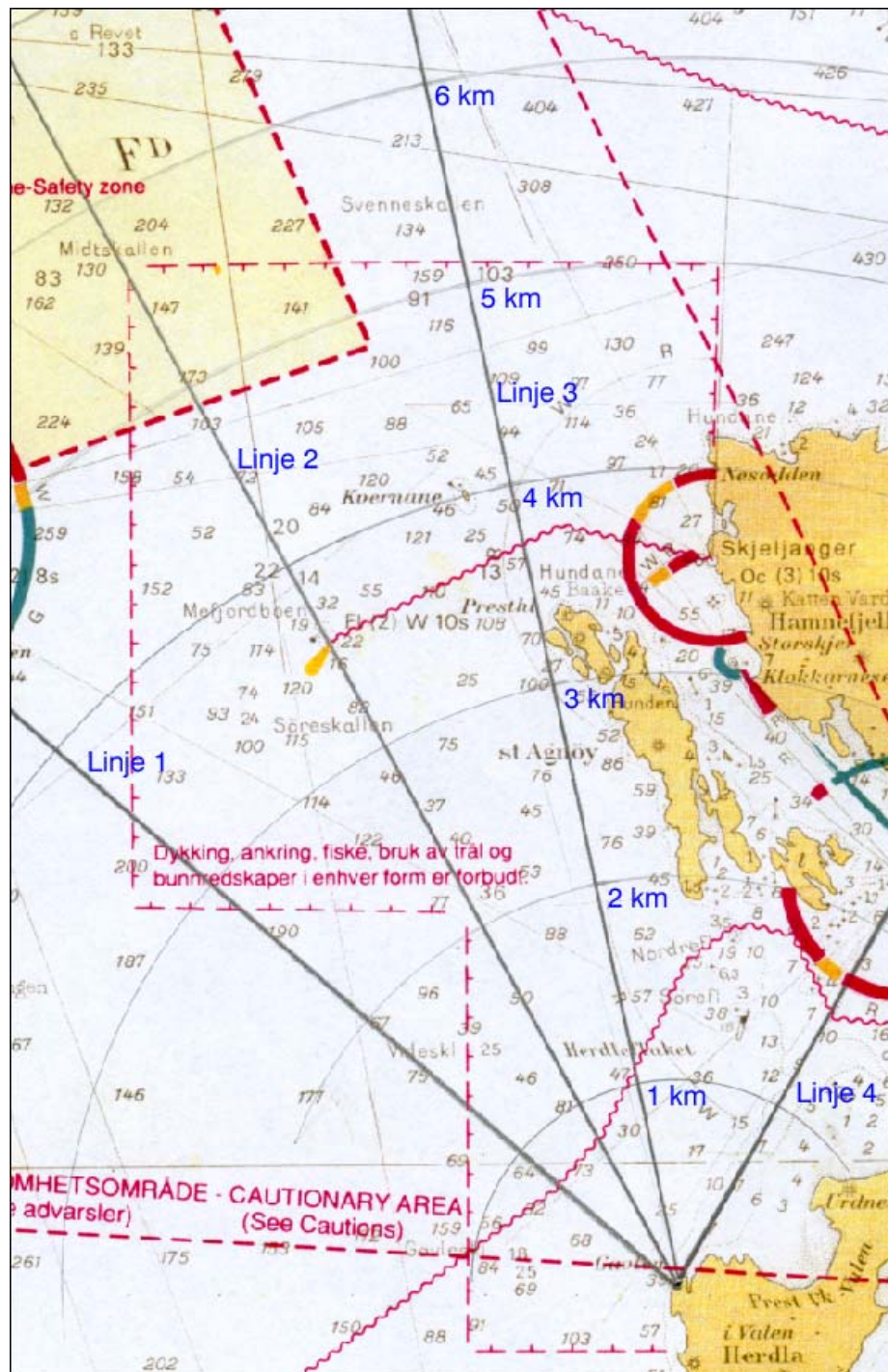
Målekampanjen foregikk på Herdla, Askøy utenfor Bergen. Under målingene var måleradaren plassert i det felles skjæringspunkt for linjene i Figur 3.13. Målet var en lastebåt på vei inn Herdlefjorden mot Bergen. Radaren siktet langs linje 3 i Figur 3.13. Siktelinjen flukter Prestholmen utenfor Skjelanger, avstand omtrent 3,2 km fra radar før den treffer Uttosko utenfor Radøy, avstand omtrent 9,5 km fra radar. Uttosko utenfor Radøy er utenfor kartutsnittet i Figur 3.13.

Parameter	f_T	f_{LO1}	f_{LO2}	f_s
Innstilt	9700MHz	9895MHz	200MHz	70MHz

Parameter	B_{kode}	M (Antall bit i koden)		
Innstilt	4.6875MHz	15016		

Tabell 3.3 Tabellen viser den innstilte verdien på de ulike parametrene benyttet under målingene.

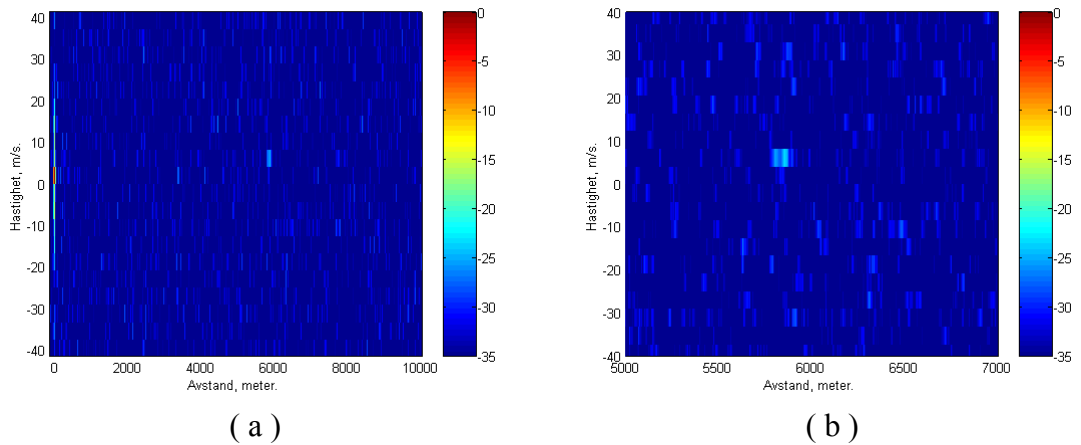
Signalprosesseringen finner både nullpunkt for hastighet og avstand ut fra måledataene. Tabell 3.3 viser den innstilte verdien på de ulike parametrene benyttet under målingene. Verdiene gir oss fra ligning (3.42) at $f_{mod} = 5MHz$, som betyr at $f_{ref} = 5MHz$ dersom vi skal ha $f_{mod} - f_{ref} = 0$. Radarsystemet ble synkronisert på sitt eget direktesignal fra sender til mottaker, og vi fant da at $f_{ref} = 5.000152MHz$. Avviket på $152Hz$ viste seg å være stabilt over måleperioden, og ble korrigert for i de fire separate målingene vi skal presentere. Vi nummererer dem fra dataserie 1 til 4 etter innsamlingstidspunkt. Hastighetsoppløsningen på omtrent $4m/s$ er beskrevet i avsnitt 3.5.



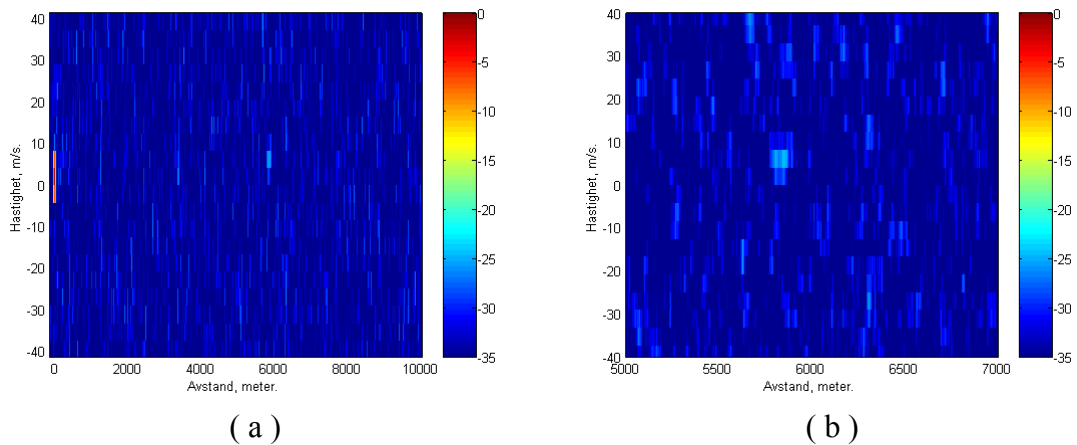
Figur 3.13 Kartet viser måleområdet for målekampanjen. Radaren var lokalisert i skjæringspunktet for linjene 1, 2, 3 og 4. I de følgende måleresultater er linje 3 siktelinjen som ble benyttet.



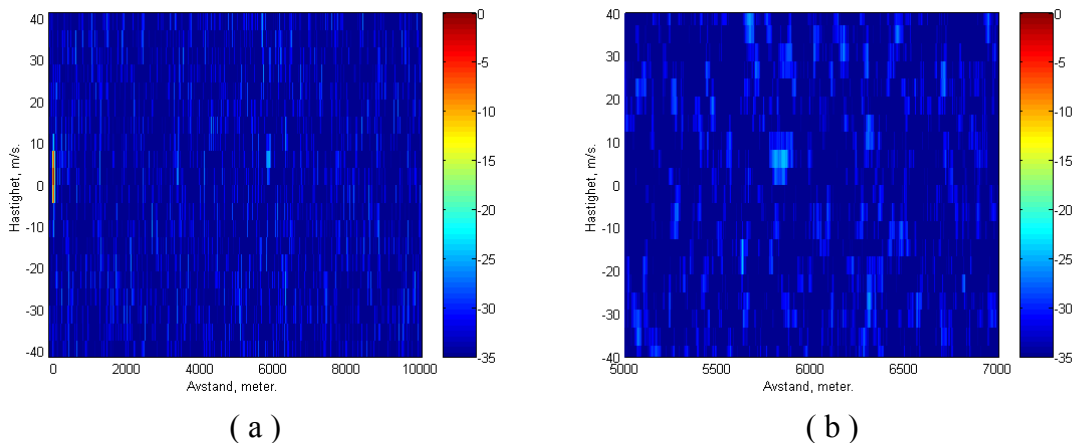
Figur 3.14 Bildet viser målet, en lastebåt på vei inn Hjeltefjorden mot Herdlefjorden og Bergen. I forgrunnen er Prestholmen utenfor Skjelanger. I bakgrunnen ser vi Radøy og holmene utenfor. Avstanden er omtrent 3,2 km til Prestholmen og 9,5 km til Uttosko, nærmeste holme i siktelinjen, utenfor Radøy. Bildet er tatt i det øyeblikk datasett 1 ble samlet inn.



Figur 3.15 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 1. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand av i underkant av 6000m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det ikke benyttet noe filter.



Figur 3.16 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 1. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand av i underkant av 6000m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er et Hamming filter benyttet.

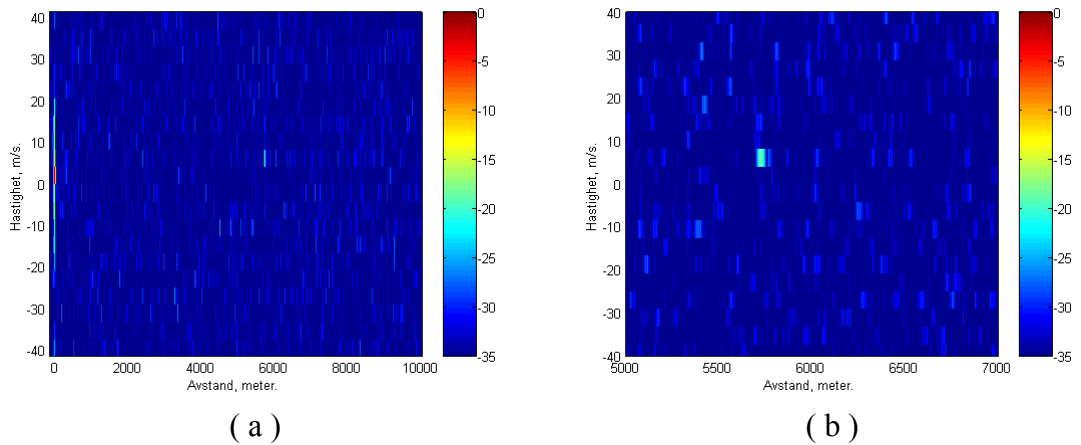


Figur 3.17 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 1. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand av i underkant av 6000m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er et Hann filter benyttet.

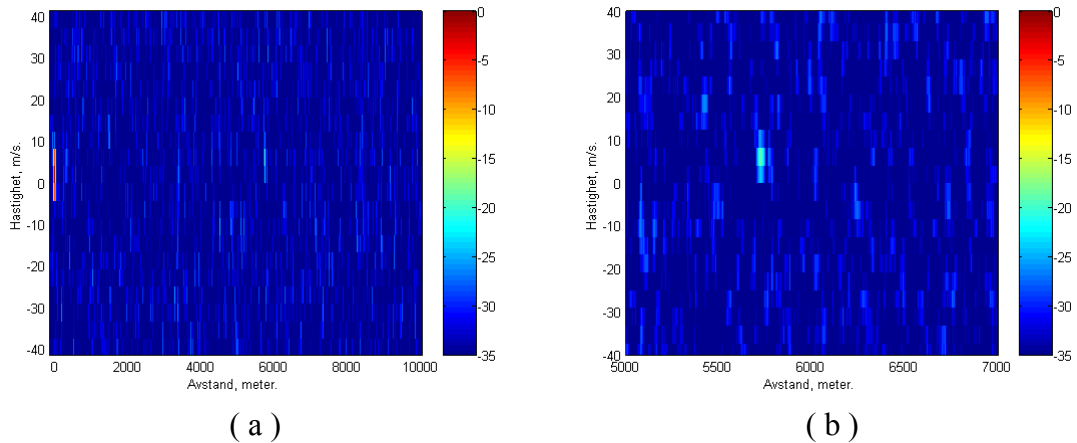
Figur 3.15, Figur 3.16 og Figur 3.17 viser resultatene fra datasett 1. Figurene viser at lastebåten er synlig på en avstand av i underkant av 6000m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I Figur 3.15 er ikke noe filter benyttet, mens i Figur 3.16 og Figur 3.17 er filtrene Hamming og Hann benyttet henholdsvis. I Figur 3.16 og Figur 3.17 ser vi at hovedloben blir bredere for de responsene som dukker opp. Dette er i samsvar med det vi fant av filtrens virkemåte i avsnitt 3.5, og vil være tilfellet for alle de filtrerte resultatene vi presenterer i denne rapporten. Vi ser fra Figur 3.15, Figur 3.16 og Figur 3.17 at det kan se ut som om filtrene smører responsen fra mål og sjøstøy litt for mye utover. Dette kan unngås ved å velge hastighetsoppløsningen større. Målet er tydeligere i hastighet i Figur 3.15 enn i Figur 3.16 og Figur 3.17. Fra Figur 3.15, Figur 3.16 og Figur 3.17 kan det se ut som om det er to dominerende reflektorer på skipet.



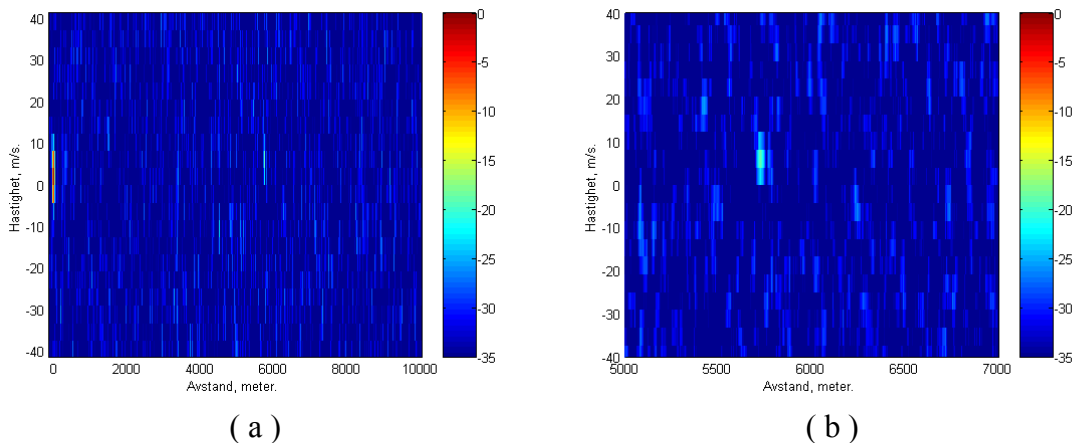
Figur 3.18 Bildet viser målet, en lastebåt på vei inn Hjeltefjorden mot Herdlefjorden og Bergen. I forgrunnen er Prestholmen utenfor Skjelanger. I bakgrunnen ser vi Radøy og holmene utenfor. Avstanden er omtrent 3,2 km til Prestholmen og 9,5 km til Uttosko, nærmeste holme i siktelinjen, utenfor Radøy. Bildet er tatt i det øyeblikk datasett 2 ble samlet inn.



Figur 3.19 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 2. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5750m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det ikke benyttet noe filter.



Figur 3.20 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 2. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5750m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det benyttet et Hamming filter.

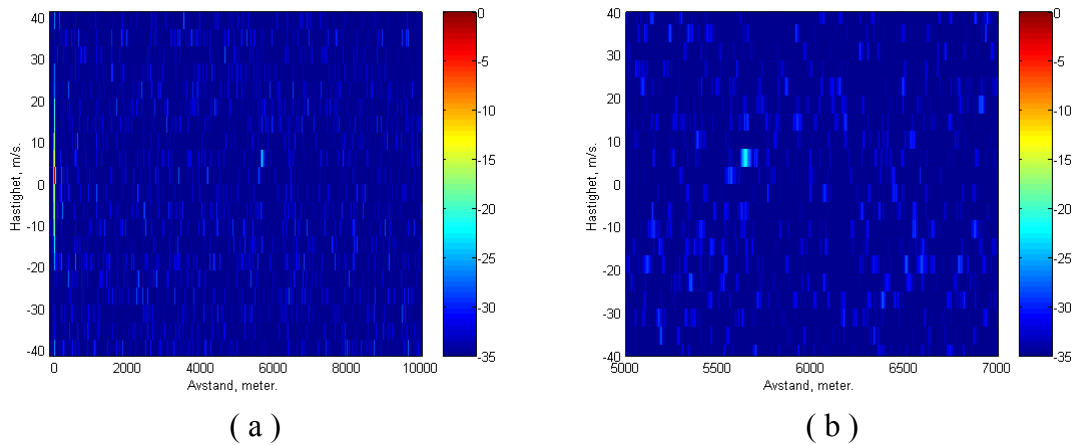


Figur 3.21 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 2. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5750m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det benyttet et Hann filter.

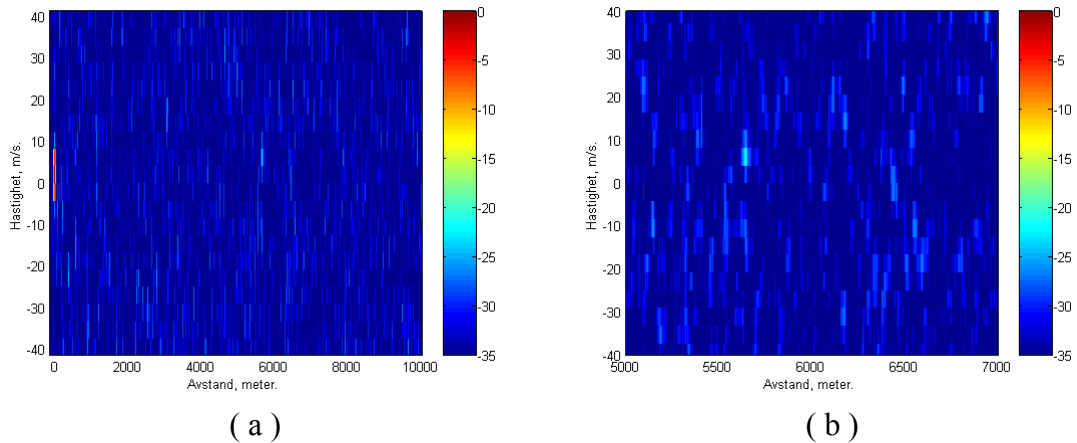
Figur 3.19, Figur 3.20 og Figur 3.21 viser resultatene fra datasett 2. Figurene viser at lastebåten er synlig på en avstand rundt 5750m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I Figur 3.19 er ikke noe filter benyttet, mens i Figur 3.20 og Figur 3.21 er filtrene Hamming og Hann benyttet henholdsvis. Lastebåten er langt tydeligere i Figur 3.19, Figur 3.20 og Figur 3.21 enn i Figur 3.15, Figur 3.16 og Figur 3.17 som er resultatene fra korresponderende prosessering for datasett 1. Årsaken til dette kan være mye, og vi vil ikke innlate oss på en slik diskusjon. En annen klar forskjell fra datasett 1 til datasett 2 er lastebåten respons i avstand. Resultatene fra datasett 2, Figur 3.19, Figur 3.20 og Figur 3.21, viser en klar og tydelig refleksjon i avstand, mens resultatene fra datasett 1, Figur 3.15, Figur 3.16 og Figur 3.17, viste to reflekser. Årsakene til dette kan være mange, men den mest nærliggende årsaken er skipets bevegelse som gir ulike spredere ulike posisjonering relativt til radaren.



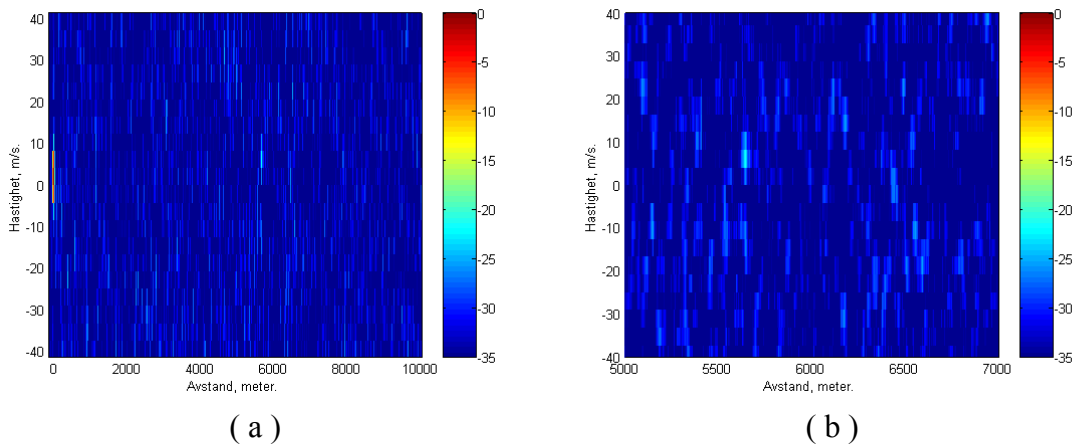
Figur 3.22 Bildet viser målet, en lastebåt på vei inn Hjeltefjorden mot Herdlefjorden og Bergen. I forgrunnen er Prestholmen utenfor Skjelanger. I bakgrunnen ser vi Radøy og holmene utenfor. Avstanden er omtrent 3,2 km til Prestholmen og 9,5 km til Uttosko, nærmeste holme i siktelinjen, utenfor Radøy. Bildet er tatt i det øyeblikk datasett 3 ble samlet inn.



Figur 3.23 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 3. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det ikke benyttet noe filter.



Figur 3.24 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 3. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det benyttet et Hamming filter.

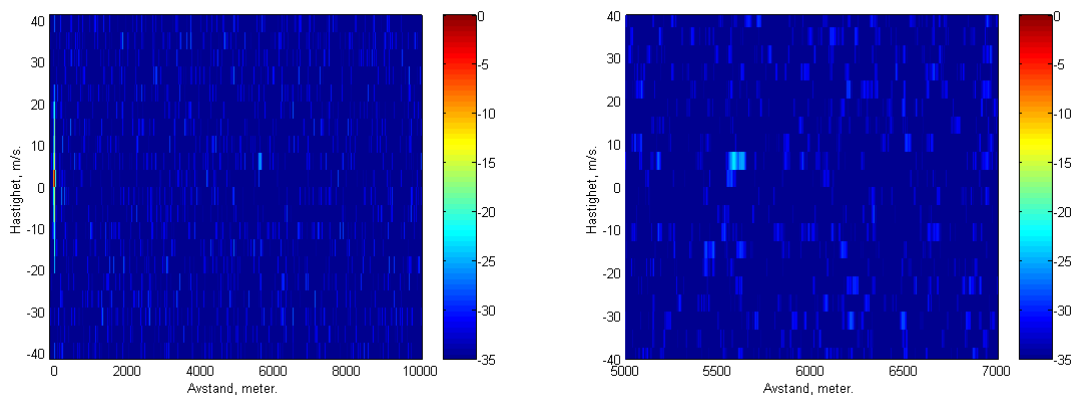


Figur 3.25 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 3. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det benyttet et Hann filter.

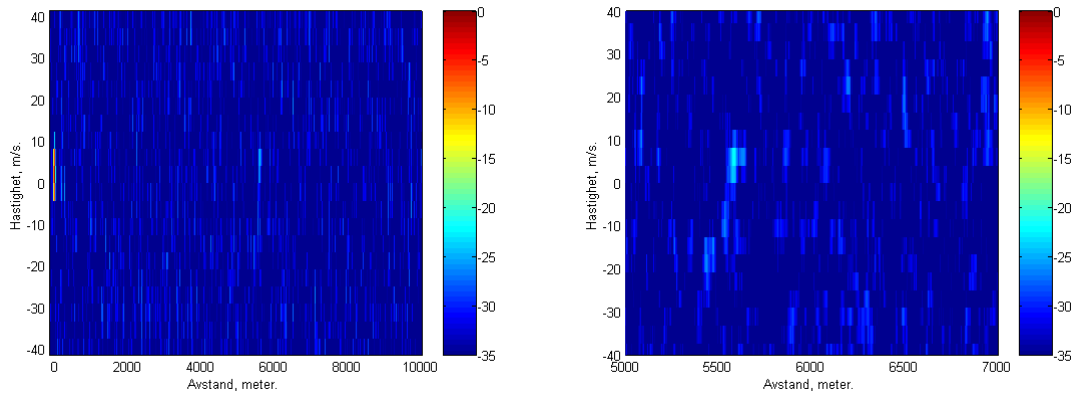
Figur 3.23, Figur 3.24 og Figur 3.25 viser resultatene fra datasett 3. Figurene viser at lastebåten er synlig på en avstand rundt 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I Figur 3.23 er ikke noe filter benyttet, mens i Figur 3.24 og Figur 3.25 er filtrene Hamming og Hann benyttet henholdsvis. Responen fra lastebåten er svakere i datasett 3, Figur 3.23, Figur 3.24 og Figur 3.25, enn fra datasett 2, Figur 3.19, Figur 3.20 og Figur 3.21. Bortsett fra dette og posisjonen til lastebåten minner disse resultatene sterkt om hverandre.



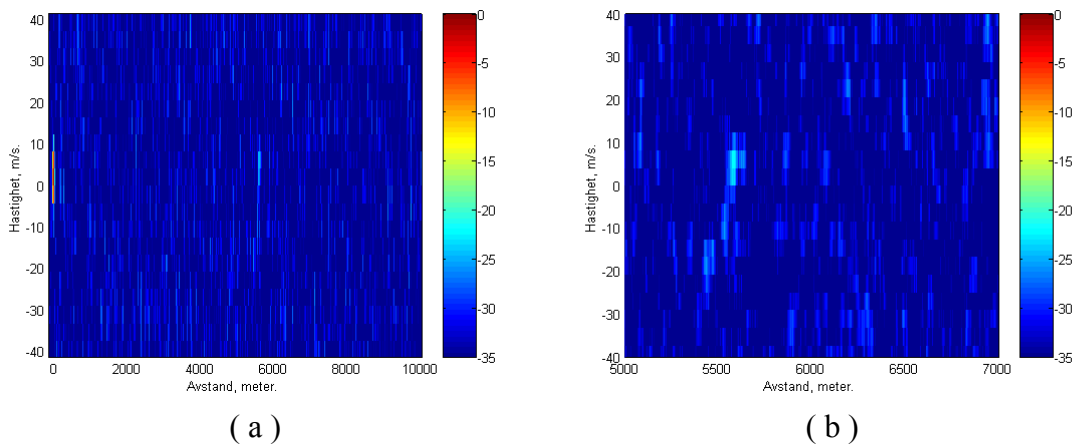
Figur 3.26 Bildet viser målet, en lastebåt på vei inn Hjeltefjorden mot Herdlefjorden og Bergen. I forgrunnen er Prestholmen utenfor Skjelanger. I bakgrunnen ser vi Radøy og holmene utenfor. Avstanden er omtrent 3,2 km til Prestholmen og 9,5 km til Uttosko, nærmeste holme i siktelinjen, utenfor Radøy. Bildet er tatt i det øyeblikk datasett 4 ble samlet inn.



Figur 3.27 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 4. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det ikke benyttet noe filter.



Figur 3.28 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 4. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det benyttet et Hamming filter.



Figur 3.29 Figuren viser resultatet av prosesseringen benyttet på datasett 4. Figur (b) er et utsnitt av figur (a). I begge figurene er lastebåten synlig på en avstand rundt 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I prosesseringen er det benyttet et Hann filter.

Figur 3.27, Figur 3.28 og Figur 3.29 viser resultatene fra datasett 4. Figurene viser at lastebåten er synlig på en avstand rundt av 5600m. Lastebåten har en hastighet som ligger mellom 4m/s og 8m/s mot radaren. I Figur 3.27 er ikke noe filter benyttet, mens i Figur 3.28 og Figur 3.29 er filtrene Hamming og Hann benyttet henholdsvis. Resultatene fra datasett 4, Figur 3.27, Figur 3.28 og Figur 3.29, viser at lastebåten dukker opp med to refleksjoner slik den også gjorde i resultatene fra datasett 1, Figur 3.15, Figur 3.16 og Figur 3.17.

De filtrerte resultatene, Figur 3.16, Figur 3.17, Figur 3.20, Figur 3.21, Figur 3.24, Figur 3.25, Figur 3.28 og Figur 3.29 gir en utsmøring av responsene i hastighet i forhold til de ikke filtrerte resultatene, Figur 3.15, Figur 3.19, Figur 3.23 og Figur 3.27. Dette kan vi motvirke med å redusere hastighetsoppdelingen. Samtidig må vi ikke lage hastighetsoppdelingen for grov, da responsen vil avta raskt, Figur 3.6 og Figur 3.7. Dette er tydelig i de filtrerte resultatene, der vi ser at responsen fra lastebåten i nabo hastighetscellene er klart svakere enn den sterkeste responsen fra lastebåten. Denne utsmøringen gir inntrykk av at sjøstøyen blir mer dominerende enn uten filtrering. Det er ikke tilfellet, da alle responser blir smørt ut, også de fra mål.

I alle figurene er støy fra andre kilder enn målet tydelige. Enten det er sjøstøy eller det er algoritmen som induserer dem. Resultatene er fra dataserier, som hver varer omtrent $3ms$. Algoritmens støybidrag kan fjernes gjennom en midling over tid, der en prosesserer flere etterfølgende koder, i motsetning til den ene som er benyttet i disse resultatene. Da er det snakk om i størrelsesorden noen titalls ms . Dette vil ikke bli ytterligere behandlet i denne rapporten.

Sjøstøyen må fjernes gjennom en prosessering over lengre tid enn antydnet for algoritmens støy, da reflektoren må få tid til å forsvinne, slik at responsen kan dekorrelere. Avhengig av sjøtilstand er det da snakk om kanskje opp til flere sekunder. Fjerning av sjøstøy er et område som det forskes mye på, og jobbes mye med, og vil ikke bli ytterligere behandlet her.

3.5.1 Konklusjon

Vi har benyttet algoritmen beskrevet i avsnittene 3.1 til og med 3.4 til å kalibrere et radarsystem med uavhengige, frittstående sende- og mottakerenhet. Algoritmen fant frekvensavviket og korrigerer for dette, samt anslo avstand til og hastighet på et mål. Algoritmen oppførte seg som beskrevet med simulerte data også med målte data.

4 OPPSUMMERING OG KONKLUSJON

Prosjekt 726 har benyttet Forsvarets måleradar til å prøve ut om det lar seg gjøre å korrigere digitalt for den unøyaktighet som en separering av sender og mottaker i et radarsystem medfører. I rapporten har vi vist at den unøyaktighet som uavhengige signalgeneratorer skaper lar seg korrigere for. Det forutsettes at avviket er stabil over prosesseringsintervallet.

I rapporten er det vist at algoritmen beskrevet finner referansesignalet og benytter dette til å justere for avstand og hastighet. Algoritmen kan benyttes til å finne mål i avstand og hastighet når kalibreringen er gjennomført. Det er en enkel algoritme med rom for forbedringer. Algoritmen vil bli videreutviklet i senere arbeid.

APPENDIKS

A LINEÆR OG SYKLISK KORRELASJON

Teorien presentert i dette appendikset antar at funksjonene er definert på intervallet $[0, 2\pi]$. Dette vil ikke begrense resultatene. En lineær transformasjon vil transformere resultatene til et hvilket som helst intervall $[a, b]$ hvor a og b er endelige reelle størrelser.

A.1 Lineær og syklisk korrelasjon

A.1.1 Lineær korrelasjon

La $x_j = 2\pi j / N$, la \bar{z} betegne den komplekse konjugerte til det imaginære tallet z , og la i være den imaginære enhet $i^2 = -1$. Den lineære komplekse diskrete korrelasjonen mellom to samplede funksjoner $u(x_j)$ og $v(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ er definert som

$$z_L(x_j) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{l=0}^{N-1} u(x_l) \overline{v(x_{l+j})}, \quad j = -N+1, \dots, N-1, \quad (\text{A.1})$$

hvor

$$u(x_j) = 0 \quad \text{og} \quad v(x_j) = 0 \quad \text{for} \quad j \notin \{0, 1, 2, \dots, N-1\}. \quad (\text{A.2})$$

Korrelasjonen vil da være en diskret funksjon med lengde $2N-1$ sampler. Antallet regneoperasjoner i korrelasjonen for disse $2N-1$ samplene vil for store N være $O(N^2)$.

A.1.2 Syklisk korrelasjon

Vi skal vise at i enkelte tilfeller kan vi benytte FFT²-algoritmer for å utføre korrelasjonen beskrevet i (A.1) raskt og effektivt.

La $u(x)$ og $v(x)$ være 2π -periodiske funksjoner på $[0, 2\pi]$. Funksjonene er samlet i $x_j = 2\pi j / N$, som gir $u(x_j)$ og $v(x_j)$ for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. I tillegg har vi på grunn av periodisiteten

$$u(x_{j+mN}) = u(x_j) \quad \text{og} \quad v(x_{j+mN}) = v(x_j) \quad \text{for} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{A.3})$$

Korrelasjonen i (A.1) kan da skrives

² Fast Fourier Transform

$$z_S(x_j) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{l=0}^{N-1} \overline{u(x_l)} v(x_{l+j}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (\text{A.4})$$

De diskrete Fourier-koeffisientene til $z_S(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ i ligning (A.4) er gitt ved

$$\widetilde{(z_S)}_k = \sum_{j=0}^{N-1} z_S(x_j) e^{-ikx_j}, \quad k = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (\text{A.5})$$

Vi setter ligning (A.4) inn i ligning (A.5). Resultatet vi da får er et produkt av endelige summer, og vi kan endre summeringsrekkefølgen. Videre benytter vi at for de komplekse tallene z_1 og z_2 er $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$. Sammen med periodisiteten til funksjonene $u(x)$ og $v(x)$ kan ligning (A.5) skrives

$$\widetilde{(z_S)}_k = \sum_{l=0}^{N-1} \overline{u(x_l)} e^{-ikx_l} \sum_{j=0}^{N-1} v(x_j) e^{-ikx_j}, \quad k = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (\text{A.6})$$

Fra definisjonen på diskrete Fourier-koeffisienter, (A.5) har vi at den første summen i ligning (A.6) utgjør de kompleks konjugerte diskrete Fourier-koeffisientene til $u(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Tilsvarende utgjør den siste summen i ligning (A.6) de diskrete Fourier-koeffisientene til $v(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Vi har

$$\widetilde{(z_S)}_k = \overline{\tilde{u}_k} \tilde{v}_k, \quad k = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (\text{A.7})$$

hvor

$$\tilde{u}_k = \sum_{l=0}^{N-1} u(x_l) e^{-ikx_l}, \quad k = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (\text{A.8})$$

og

$$\tilde{v}_k = \sum_{j=0}^{N-1} v(x_j) e^{-ikx_j}, \quad k = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (\text{A.9})$$

Ved en invers Fourier transform av de diskrete Fourier-koeffisientene $\widetilde{(z_S)}_k$, $k = -N/2, \dots, N/2 - 1$ i ligning (A.7), får vi den sykliske korrelasjonen $z_S(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$, til de diskrete funksjonene $u(x_j)$ og $v(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ på $[0, 2\pi]$.

FFT og IFFT³ kan utføres raskt og effektivt for vektorer med lengde N , hvor N er en potens av 2. For store N er antallet regneoperasjoner i størrelsesorden $O(N \log_2 N)$. Det er derfor langt mindre regnekrevende å utføre en syklisk korrelasjon enn å utføre en lineær korrelasjon for

³ Inverse Fast Fourier Transform

lange vektorer.

A.2 Sammenhenger mellom lineær og syklisk korrelasjon

Generelt vil den sykliske og den lineære korrelasjonen være forskjellige. Kun i punktet $x = x_0$ vil de to korrelasjonene alltid være like. Da har vi

$$z_L(x_0) = z_S(x_0) = \sum_{l=0}^{N-1} \overline{u(x_l)} v(x_l). \quad (\text{A.10})$$

Det er den periodiske utvidelsen av funksjonene $u(x)$ og $v(x)$ i den sykliske korrelasjonen som gjør at denne generelt er forskjellig fra den lineære. For den sykliske korrelasjonen er dette formulert i (A.3), mens for den lineære korrelasjonen er det formulert i (A.2).

Den lineære korrelasjonen kan finnes fra den sykliske dersom vi utvider $u(x_j)$ og $v(x_j)$ $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ med nullpunkter for å motvirke effekten av periodisiteten. Vi definerer for $M = 0$ at $u_0(x_j) = u(x_j)$ for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Videre for $M > 0$

$$u_M(x'_j) = \begin{cases} u(x_j) & j = 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ 0 & j = N, N+1, \dots, N+M-1 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

og

$$v_M(x'_j) = \begin{cases} v(x_j) & j = 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ 0 & j = N, N+1, \dots, N+M-1 \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

hvor $x'_j = \frac{2\pi j}{N+M}$. La $z'_S(x'_j; M)$ betegne den sykliske korrelasjonen mellom $u_M(x'_j)$ og $v_M(x'_j)$,

$$z'_S(x'_j; M) = \sum_{l=0}^{N+M-1} \overline{u_M(x'_l)} v_M(x'_{l+j}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N+M-1. \quad (\text{A.13})$$

La den lineære korrelasjonen $z_L(x_j)$ være gitt som i ligning (A.1). Det kan da vises at vi har for $0 < M \leq N-1$

$$\begin{aligned} z_L(x_j) &= z'_S(x'_j; M) & j = 0, 1, 2, \dots, M \\ z_L(x_{j-M-N}) &= z'_S(x'_j; M) & j = N, N+1, \dots, N+M-1 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

For hvert nullpunkt vi legger til i (A.11) og (A.12) får vi to korrelasjonsverdier i den sykliske korrelasjonen (A.13) som samsvarer med to korrelasjonsverdier i den lineære korrelasjonen (A.1). Spesielt har vi at vi må legge til $M = N-1$ nullpunkter i begge funksjonene som korreleres for å kunne gjenskape hele den lineære korrelasjonen fra den sykliske. Legger vi til $M > N-1$ nullpunkter i (A.11) og (A.12), vil vi få nullpunkter i den sykliske korrelasjonen som samsvarer med nullpunktene vi ville ha fått i starten og slutten av den lineære korrelasjon

dersom vi beregnet $z_L(x_j)$ for $j \notin \{-N+1, \dots, N-1\}$.

Ofte er det ønskelig å finne igjen et kjent signal $u(x)$ i et annet lengre signal $v(x)$. Anta at vi har samplet $u(x)$ slik at vi kjenner $u(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-M-1$, $M > 0$ og at vi kjenner $v(x)$ i $v(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Det er da naturlig å utvide $u(x_j)$ med M nullpunkter til $u_M(x_j)$,

$$u_M(x_j) = \begin{cases} u(x_j) & j = 0, 1, 2, \dots, N-M-1 \\ 0 & j = N-M, N-M+1, \dots, N-1 \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

Den sykliske korrelasjonen $z_S''(x_j; M)$ mellom $u_M(x_j)$ og $v(x_j)$, er gitt ved

$$z_S''(x_j; M) = \sum_{l=0}^{N-1} \overline{u_M(x_l)} v(x_{l+j}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (\text{A.16})$$

Sammenhengen mellom den lineære korrelasjonen gitt i ligning (A.1) og den sykliske korrelasjonen gitt i ligning (A.16) blir nå, $M \geq 0$

$$z_L(x_j) = z_S''(x_j; M), \quad j = 0, 1, 2, \dots, M. \quad (\text{A.17})$$

Vi mister M felles punkter i lineær korrelasjon (A.1) og syklisk korrelasjon (A.16) i forhold til lineær korrelasjon (A.1) og syklisk korrelasjon (A.13). I den sykliske korrelasjonen i ligning (A.13) har vi tilført M nullpunkter i begge funksjonene, mens vi i den sykliske korrelasjonen i ligning (A.16) har tilført M nullpunkter bare i den ene av funksjonene som korreleres.

Vi må altså tilføre nullpunkter i den sykliske korrelasjonen om vi skal benytte denne for å beregne den lineære korrelasjonen. For lange vektorer, store N , blir likevel dette langt mindre regnekrevende enn å utføre en lineær korrelasjon. Dette fordi den lineære korrelasjonen innebærer $O(N^2)$ regneoperasjoner mens den sykliske korrelasjonen innebærer $O(N \log_2 N)$ regneoperasjoner for store N .

A.3 Egenskaper ved lineær og syklisk korrelasjon

De to funksjonene $u(x)$ og $v(x)$ kjenner vi i de diskrete punktene x_j , $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Vi har $u(x_j)$ og $v(x_j)$ for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

Tilfelle 1: Vi definerer

$$u(x_j) = 0 \quad \text{og} \quad v(x_j) = 0 \quad \text{for} \quad j \notin \{0, 1, 2, \dots, N-1\}. \quad (\text{A.18})$$

Dersom

$$z(x_j) = \sum_{l=0}^{N-1} \overline{u(x_l)} v(x_{l+j}), \quad j = -N+1, \dots, N-1, \quad (\text{A.19})$$

da er

$$\overline{z(x_{-j})} = \sum_{l=0}^{N-1} u(x_{l+j}) \overline{v(x_l)}, \quad j = -N+1, \dots, N-1. \quad (\text{A.20})$$

Tilfelle 2: Vi definerer for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$

$$u(x_{j+mN}) = u(x_j) \quad \text{og} \quad v(x_{j+mN}) = v(x_j) \quad \text{for } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{A.21})$$

Dersom

$$z(x_j) = \sum_{l=0}^{N-1} \overline{u(x_l)} v(x_{l+j}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (\text{A.22})$$

da er

$$\overline{z(x_{N-j})} = \sum_{l=0}^{N-1} u(x_{l+j}) \overline{v(x_l)}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (\text{A.23})$$

Bevis tilfelle 1: Vi skriver ut ligning (A.19) for $j = -N+1, \dots, N-1$. Dette gir

$$\begin{aligned} z(x_{-N+1}) &= \overline{u(x_0)} v(x_{-N+1}) + \overline{u(x_1)} v(x_{-N+2}) + \dots + \overline{u(x_{N-2})} v(x_{-1}) + \overline{u(x_{N-1})} v(x_0) \\ z(x_{-N+2}) &= \overline{u(x_0)} v(x_{-N+2}) + \overline{u(x_1)} v(x_{-N+3}) + \dots + \overline{u(x_{N-2})} v(x_0) + \overline{u(x_{N-1})} v(x_1) \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\ z(x_{-1}) &= \overline{u(x_0)} v(x_{-1}) + \overline{u(x_1)} v(x_0) + \dots + \overline{u(x_{N-2})} v(x_{N-3}) + \overline{u(x_{N-1})} v(x_{N-2}) \\ z(x_0) &= \overline{u(x_0)} v(x_0) + \overline{u(x_1)} v(x_1) + \dots + \overline{u(x_{N-2})} v(x_{N-2}) + \overline{u(x_{N-1})} v(x_{N-1}) \\ z(x_1) &= \overline{u(x_0)} v(x_1) + \overline{u(x_1)} v(x_2) + \dots + \overline{u(x_{N-2})} v(x_{N-1}) + \overline{u(x_{N-1})} v(x_N) \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\ z(x_{N-2}) &= \overline{u(x_0)} v(x_{N-2}) + \overline{u(x_1)} v(x_{N-1}) + \dots + \overline{u(x_{N-2})} v(x_{2N-4}) + \overline{u(x_{N-1})} v(x_{2N-3}) \\ z(x_{N-1}) &= \overline{u(x_0)} v(x_{N-1}) + \overline{u(x_1)} v(x_N) + \dots + \overline{u(x_{N-2})} v(x_{2N-3}) + \overline{u(x_{N-1})} v(x_{2N-2}) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

La oss midlertidig definere

$$z'(x_j) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{l=0}^{N-1} u(x_{l+j}) \overline{v(x_l)}, \quad j = -N+1, \dots, N-1. \quad (\text{A.25})$$

Skrevet ut for $j = -N+1, \dots, N-1$ gir dette

$$\begin{aligned}
z'(x_{-N+1}) &= u(x_{-N+1})\overline{v(x_0)} + u(x_{-N+2})\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{-1})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_0)\overline{v(x_{N-1})} \\
z'(x_{-N+2}) &= u(x_{-N+2})\overline{v(x_0)} + u(x_{-N+3})\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_0)\overline{v(x_{N-2})} + u(x_1)\overline{v(x_{N-1})} \\
&\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
z'(x_{-1}) &= u(x_{-1})\overline{v(x_0)} + u(x_0)\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-3})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-2})\overline{v(x_{N-1})} \\
z'(x_0) &= u(x_0)\overline{v(x_0)} + u(x_1)\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-2})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-1})\overline{v(x_{N-1})} \\
z'(x_1) &= u(x_1)\overline{v(x_0)} + u(x_2)\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-1})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_N)\overline{v(x_{N-1})} \\
&\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
z'(x_{N-2}) &= u(x_{N-2})\overline{v(x_0)} + u(x_{N-1})\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{2N-4})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_{2N-3})\overline{v(x_{N-1})} \\
z'(x_{N-1}) &= u(x_{N-1})\overline{v(x_0)} + u(x_N)\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{2N-3})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_{2N-2})\overline{v(x_{N-1})}
\end{aligned} \tag{A.26}$$

Under forutsetningene i (A.18) gir (A.24)

$$\begin{aligned}
z(x_{-N+1}) &= \overline{u(x_{N-1})}v(x_0) \\
z(x_{-N+2}) &= \overline{u(x_{N-2})}v(x_0) + \overline{u(x_{N-1})}v(x_1) \\
&\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
z(x_{-1}) &= \overline{u(x_1)}v(x_0) + \dots + \overline{u(x_{N-2})}v(x_{N-3}) + \overline{u(x_{N-1})}v(x_{N-2}) \\
z(x_0) &= \overline{u(x_0)}v(x_0) + \overline{u(x_1)}v(x_1) + \dots + \overline{u(x_{N-2})}v(x_{N-2}) + \overline{u(x_{N-1})}v(x_{N-1}) \\
z(x_1) &= \overline{u(x_0)}v(x_1) + \overline{u(x_1)}v(x_2) + \dots + \overline{u(x_{N-2})}v(x_{N-1}) \\
&\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
z(x_{N-2}) &= \overline{u(x_0)}v(x_{N-2}) + \overline{u(x_1)}v(x_{N-1}) \\
z(x_{N-1}) &= \overline{u(x_0)}v(x_{N-1})
\end{aligned} \tag{A.27}$$

Under forutsetningene i (A.18) gir (A.26)

$$\begin{aligned}
z'(x_{-N+1}) &= u(x_0)\overline{v(x_{N-1})} \\
z'(x_{-N+2}) &= u(x_0)\overline{v(x_{N-2})} + u(x_1)\overline{v(x_{N-1})} \\
&\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
z'(x_{-1}) &= u(x_0)\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-3})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-2})\overline{v(x_{N-1})} \\
z'(x_0) &= u(x_0)\overline{v(x_0)} + u(x_1)\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-2})\overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-1})\overline{v(x_{N-1})} \\
z'(x_1) &= u(x_1)\overline{v(x_0)} + u(x_2)\overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-1})\overline{v(x_{N-2})} \\
&\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
z'(x_{N-2}) &= u(x_{N-2})\overline{v(x_0)} + u(x_{N-1})\overline{v(x_1)} \\
z'(x_{N-1}) &= u(x_{N-1})\overline{v(x_0)}
\end{aligned} \tag{A.28}$$

Sammenligner vi (A.27) med (A.28) ser vi at $z'(x_j) = \overline{z(x_{-j})}$ for $j = -N+1, \dots, N-1$. Da følger resultatene (A.19) og (A.20) under forutsetningene gitt i (A.18).

Bevis tilfelle 2: Vi skriver ut ligning (A.22) for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Dette gir

$$\begin{aligned}
 z(x_0) &= \overline{u(x_0)v(x_0)} + \overline{u(x_1)v(x_1)} + \dots + \overline{u(x_{N-2})v(x_{N-2})} + \overline{u(x_{N-1})v(x_{N-1})} \\
 z(x_1) &= \overline{u(x_0)v(x_1)} + \overline{u(x_1)v(x_2)} + \dots + \overline{u(x_{N-2})v(x_{N-1})} + \overline{u(x_{N-1})v(x_0)} \\
 \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\
 z(x_{N-2}) &= \overline{u(x_0)v(x_{N-2})} + \overline{u(x_1)v(x_{N-1})} + \dots + \overline{u(x_{N-2})v(x_{N-4})} + \overline{u(x_{N-1})v(x_{N-3})} \\
 z(x_{N-1}) &= \overline{u(x_0)v(x_{N-1})} + \overline{u(x_1)v(x_0)} + \dots + \overline{u(x_{N-2})v(x_{N-3})} + \overline{u(x_{N-1})v(x_{N-2})}
 \end{aligned} \tag{A.29}$$

La oss midlertidig definere

$$z'(x_j) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{l=0}^{N-1} u(x_{l+j}) \overline{v(x_l)}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \tag{A.30}$$

Skrevet ut for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ gir dette

$$\begin{aligned}
 z'(x_0) &= u(x_0) \overline{v(x_0)} + u(x_1) \overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-2}) \overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-1}) \overline{v(x_{N-1})} \\
 z'(x_1) &= u(x_1) \overline{v(x_0)} + u(x_2) \overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-1}) \overline{v(x_{N-2})} + u(x_0) \overline{v(x_{N-1})} \\
 \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\
 z'(x_{N-2}) &= u(x_{N-2}) \overline{v(x_0)} + u(x_{N-1}) \overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-4}) \overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-3}) \overline{v(x_{N-1})} \\
 z'(x_{N-1}) &= u(x_{N-1}) \overline{v(x_0)} + u(x_0) \overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-3}) \overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-2}) \overline{v(x_{N-1})}
 \end{aligned} \tag{A.31}$$

Vi ordner leddene i ligningene (A.31). Da har vi

$$\begin{aligned}
 z'(x_0) &= u(x_0) \overline{v(x_0)} + u(x_1) \overline{v(x_1)} + \dots + u(x_{N-2}) \overline{v(x_{N-2})} + u(x_{N-1}) \overline{v(x_{N-1})} \\
 z'(x_1) &= u(x_0) \overline{v(x_{N-1})} + u(x_1) \overline{v(x_0)} + \dots + u(x_{N-2}) \overline{v(x_{N-3})} + u(x_{N-1}) \overline{v(x_{N-2})} \\
 \vdots & \quad \quad \quad \vdots \\
 z'(x_{N-2}) &= u(x_0) \overline{v(x_2)} + u(x_1) \overline{v(x_3)} + \dots + u(x_{N-2}) \overline{v(x_0)} + u(x_{N-1}) \overline{v(x_1)} \\
 z'(x_{N-1}) &= u(x_0) \overline{v(x_1)} + u(x_1) \overline{v(x_2)} + \dots + u(x_{N-2}) \overline{v(x_{N-1})} + u(x_{N-1}) \overline{v(x_0)}
 \end{aligned} \tag{A.32}$$

Sammenligner vi (A.32) med (A.29) ser vi at $z'(x_j) = \overline{z(x_{N-j})}$ for $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Da følger resultatene (A.22) og (A.23) under forutsetningene gitt i (A.21).

B TEKNISKE DATA PÅ KOMPONENTER

Mini-circuits ZFL-500LN

Broadband, linear, low-noise amplifier

Frequency range: 0.1-500 MHz

Output power: +5 dBm / 1 dB compression

Gain: >24 dB

Gain flatness: ± 0.5 dB over frequency and temperature

Noise figure: typ. 2.9 dB

Input VSWR: 1.5 : 1.0 / 50 ohm
 Output VSWR: 1.6 : 1.0 / 50 ohm
 Absolute maximum input power: +5 dBm
 Power supply: +15 VDC, 60 mA
 Temperature range: -20 - 71 C

Mini-circuits SLP-70

70MHz low-pass filter
 Passband (loss < 1dB) : DC-60 MHz
 f_{co} (loss = 3dB) : 67 MHz
 Stop band (loss > 20dB): 90-117 MHz
 Stop band (loss > 40dB): 117-300 MHz
 VSWR passband : 1.7:1
 VSWR passband : 18:1

Tactron id-08-412

Carrier frequency (LO) : 190-210 MHz
 RF frequency (RF) : LO +/-50 MHz
 I&Q frequency : DC-50 MHz
 Conversion loss (max) : 9dB
 Amplitude balance (max) : 0.4dB
 Phase balance (max) : 3.0 deg
 Isolation L/R (min) : 35dB
 Isolation L/I (min) : 30dB
 VSWR (max) : 1.5:1
 Operating power level (LO) : +10dBm +/-0.5dBm
 Operating power level (RF) : -10dBm +/-0.5dBm

Marconi 2019A

Frequency range : 80kHz - 1040MHz
 Resolution : 10Hz
 VSWR : <1.2:1
 Output level : -127dBm - +13dBm +/-1dBm
 Output impedance : 50 Ohms
 Harmonically related signals : -30dBc
 Non-harmonically related signals : -70dBc
 Frequency Standard :
 Temperature stability : <+/-0.1 ppm, 0-40°C
 Warm up time : +/-0.5 ppm etter 5 min. ved 20°C

Suhner 66xx.19.AC

Attenuation : xx dB, xx \in [01, 03, 06, 10, 20]
 Frequency : DC - 3GHz
 Accuracy : +/- 0.3dB
 VSWR : \leq 1.10
 Power : 2W

Litteratur

- (1) Lempel A., Cohn M. and Eastman W. L. (1977): A Class of Balanced Sequences with Optimal Autocorrelation Properties, *IEEE Trans. Inf. Theory* IT-23, 1, 38-42.
- (2) LARSEN Svein Sigurd (2000): Korrelasjons- og doppler-egenskapene til en klasse lineære fasekodete signaler, FFI/RAPPORT-2000/06134, UGRADERT
- (3) Qu Jin, Kon Max Wong, Zhi-Quan Luo (1995): The Estimation of Time Delay and Doppler Stretch of Wideband Signals, *IEEE Transactions on signal processing* **43**, 4, 904-916.
- (4) NORLAND Richard (1997): KOHERENT POLARIMETRISK BISTATISK MÅLERADAR, FFI/RAPPORT-97/04608, UGRADERT

FORDELINGSLISTE

FFIE
Dato: 2 Oktober 2001

RAPPORTTYPE (KRYSS AV) <input checked="" type="checkbox"/> RAPP <input type="checkbox"/> NOTAT <input type="checkbox"/> RR	RAPPORT NR. 2001/04614	REFERANSE FFIE/726/170	RAPPORTENS DATO 2 Oktober 2001
RAPPORTENS BESKYTTELSESGRAD UGRADERT		ANTALL EKS UTSTEDT 40	ANTALL SIDER 45
RAPPORTENS TITTEL DIGITALT KALIBRERTE RADARMÅLINGER MED USYNKRONISERT SENDER OG MOTTAKER		FORFATTER(E) OLSEN Karl Erik, JOHNSRUD Steinar	
FORDELING GODKJENT AV FORSKNINGSSJEF:		FORDELING GODKJENT AV AVDELINGSSJEF:	

EKSTERN FORDELING
INTERN FORDELING

ANTALL	EKS NR	TIL	ANTALL	EKS NR	TIL
1		Major Sverre Vestad, LVI	14		FFI-Bibl
1		Orlogskaptein Erik Olsson, FO/SST	1		Adm direktør/stabssjef
1		Rådgiver Tore Belsnes, FO/E	1		FFIE
			1		FFISYS
			1		FFIBM
			1		John-Mikal Størdal, FFIE
			1		Halvor Bjordal, FFIE
			1		Rune Gundersen, FFIE
			1		Terje Johnsen, FFIE
			1		Karl Erik Olsen, FFIE
			1		Steinar Johnsrud, FFIE
			1		Ivar Tansem, FFIE
			1		Per Sørnes, FFIE
			1		Svein-Erik Hamran, FFIE
			1		Hans Øhra, FFIE
			1		Kirsten Kversveen, FFIE
			1		Arne Petter Bartholsen, FFIE
			1		Arne Slåstad, FFIE
			1		Stein Malerud, FFISYS
			5		Arkiv FFIE
					FFI-veven

FFI-K1

Retningslinjer for fordeling og forsendelse er gitt i Oraklet, Bind I, Bestemmelser om publikasjoner for Forsvarets forskningsinstitutt, pkt 2 og 5. Benytt ny side om nødvendig.