FFI-rapport 2014/00525

Økonomisk usikkerhetsanalyse i levetidsperspektivet
– metode til bruk i spesielle forsvarsinvesteringer

Erlend Øby Hoff og Cecilie Sendstad

FFI Forsvarets forskningsinstitutt

Økonomisk usikkerhetsanalyse i levetidsperspektivet – metode til bruk i spesielle forsvarsinvesteringer

Erlend Øby Hoff og Cecilie Sendstad

Forsvarets forskningsinstitutt (FFI)

16. desember 2014

FFI-rapport 2014/00525

131702

P: ISBN 978-82-464-2438-5
E: ISBN 978-82-464-2439-2

Emneord

Levetid

Kostnader

Investering

Statistikk

Godkjent av

Arne Petter Bartholsen	Prosjektleder
Johnny Bardal	Avdelingssjef

Sammendrag

For Forsvaret er økonomisk usikkerhetsanalyse et verktøy for å fastsette prosjekters styringsrammer og usikkerhetsavsetning, og i tillegg et viktig verktøy for håndtering av risiko. I så henseende kan prosessen med å utarbeide prosjektusikkerhet være vel så viktig som den tekniske beregningsmodellen man benytter i usikkerhetsanalysen. FFI har gjennom lengre tid bistått Forsvaret i å utarbeide økonomiske usikkerhetsanalyser i forbindelse med anskaffelsesprosesser, og har derigjennom erfaring med bruk av ulike metoder og modelltilnærminger. Denne rapporten anbefaler en forenklet deterministisk metode for å beregne økonomisk usikkerhetsanalyse. Denne metoden passer inn i modellen for levetidskostnader for et våpensystem, og kan brukes gjennom hele prosjektets levetid. Modellen er et supplement til Forsvarets etablerte metoder, og kan være egnet særlig i store og sammensatte prosjekter.

Forsvarets anskaffelsesprosjekter er på mange måter av spesiell karakter ved eksempelvis kun å ha kostnadsside, høy prisusikkerhet, stor kompleksitet og lang varighet. Rapporten har sitt utspring i Kampflyprogrammet, hvor disse utfordringene gjør seg gjeldende. Metoden som er beskrevet i denne rapporten tar utgangspunkt nettopp i disse utfordringene, og anbefalingene vil derfor først og fremst gjelde for bruk på Kampflyprogrammet og andre spesielle forsvarsanskaffelser med de samme utfordringene, men den kan også ha overføringsverdi til andre sektorer.

Den kompleksiteten som ofte er å finne i Forsvarets materiellanskaffelser gjør at det kan være mer gunstig å fokusere på prosess enn på detaljering i kostnadsestimatene. Trinnvismetoden beskrevet her er en enkel metode for økonomisk usikkerhetsanalyse sammenlignet med de tradisjonelle simuleringsmodellene. Fordelen med de tyngre simuleringsmodellene er at de ser ut til å gi kvantitativt gode resultater, mens modellen og det kompakte formelverket beskrevet i denne rapporten har sin styrke i å legge forholdene til rette for en god prosess der økonomisk usikkerhet kan integreres i levetidskostnaden og i finansieringsplanen. Trinnvismetoden gir også tilnærmet like gode resultater som simuleringsmodeller, under normale betingelser.

Denne rapporten beskriver trinnvismetoden med et formelverk som enkelt kan implementeres i Microsoft Excel eller annet dataverktøy. Den gjennomgår gangen fra vurdering av trippelestimater for hver enkelt kostnadspost til beregning av prosjektets totale styrings- og kostnadsramme. Den tar også opp forhold som er relevante for analysen, som systematisk og usystematisk usikkerhet. Enkelte aspekter vedrørende gyldighetsområde for faktorhåndtering er også undersøkt i denne rapporten.

Usikkerhetsanalysen må ofte gjennomføres på et aggregert nivå sett i forhold til behov for detaljering på et senere tidspunkt. Derfor beskriver denne rapporten en metode nettopp for å estimere usikkerhet for et kostnadselements underposter der det ikke er gjort vurdering av usikkerhet på underpostnivå.

English summary

Assessment of economic uncertainty has been a tool for the Norwegian Armed Forces in establishing acquisition projects' expected cost, as well as in identifying and handling economic risk. In this aspect, the process seems to be just as important as the technicalities of the model. FFI has a long experience in supporting the Norwegian Armed Forces in acquisition processes, and has thereby encountered the variety of models and techniques that exist. This report recommends using the simple stepwise formulas to estimate economic uncertainty for the Norwegian Armed Forces' material acquisition programs. These formulas suit the model that estimates the material's life cycle costs. The model supplements established methods within Norwegian defense acquisitions, and is especially suited for large and complex projects.

Acquisition programs in the Norwegian Armed Forces are special compared to other governmental and civil programs, for instance in having no income components, high price uncertainty, being largely complex and extending over large time spans. This report is based on the cost estimating challenges for the Norwegian F-35-program. The method described in this report approaches the problem from this perspective, but although intended primarily for Norwegian F-35-program and other military acquisitions with the same challenges, it could be useful for other governmental or civilian acquisition programs as well.

The complex nature of defense acquisition programs suggests a method focusing on the process rather than the details in individual cost estimates. The stepwise method described in this report represents an easier approach than the traditional simulation models. Those models have their strength in creating robust quantitative results, while the model described in this report emphasizes on the process and can easily be implemented as an integral part of the life cycle costing and cash flow forecast. Compared to traditional simulation models, the stepwise model creates nearly the same results, as long as it is used within the assumptions it is based on.

This report describes the stepwise method, including equations that are easily implemented in Microsoft Excel or another data tool. It shows how a project's probable cost and risk are derived from a set of three point estimates, and elaborates on factors that are relevant for the analysis. Some aspects of validity when it comes to how risk factors are handled, have also been investigated in this report.

Due to time pressure and work load, economic uncertainty analysis is often carried out at an aggregated level, whereas the uncertainty assessment often is needed at a more detailed level later on. Therefore this report describes a method where uncertainty is extracted at aggregated levels and applied to underlying cost elements, for which an explicit assessment of risk has not been made.

Innhold

Forord

Vi har fått flere nyttige innspill i arbeidet med denne rapporten, og ønsker spesielt å takke Dagfinn Furnes Vatne for hans kritiske blikk og hjelpsomme innspill.

1 Innledning

Økonomisk usikkerhetsanalyse er en viktig prosess i anskaffelsesprosjekter i Forsvaret for å synliggjøre risiko for kostnadsoverskridelser, hva som er risikoelementene og hvor mye de potensielt kan utgjøre av kostnader. I denne rapporten gir vi en innføring i usikkerhetsanalyse generelt, før vi går i dybden på metoden "trinnvis kalkulasjon" som vi anser å være den mest anvendelige for formålet. Innledningsvis gir vi et innblikk i anskaffelsesprosessen og hvor usikkerhetsanalysen kommer inn. Formålet med rapporten er å gi leseren innblikk i hvorfor og hvordan en usikkerhetsanalyse gjennomføres, med inngående forståelse i metodikken som ligger til grunn for kostnadsestimatene. Videre presenteres et kompakt formelverk som enkelt lar seg implementere i prosjektets kostnadsanalyser, med det formål å gi leseren et verktøy for å håndtere usikkerhet i direkte tilknytning til prosjektets levetidskostnadsanalyse.

Forsvarets anskaffelsesprosjekter er i mange henseender av spesiell karakter, ved eksempelvis kun å ha kostnadsside, høy prisusikkerhet, stor kompleksitet og lang varighet. Rapporten har sitt utspring i Kampflyprogrammet, hvor nettopp disse utfordringene gjør seg gjeldende. Metoden beskrevet i denne rapporten tar nettopp utgangspunkt i disse utfordringene, og anbefalingene vil derfor først og fremst gjelde for bruk på Kampflyprogrammet og andre spesielle forsvarsanskaffelser med de samme utfordringene, men kan også ha overføringsverdi til andre sektorer.

Metoden som presenteres i denne rapporten faller innenfor Forsvarets veileder i håndtering av usikkerhet, og er et supplement til Forsvarets allerede etablerte modeller for håndtering av usikkerhet i anskaffelsesfasen. Forsvaret har et fastlagt regneark i Excel for å beregne usikkerhet som de benytter på de fleste forsvarsanskaffelsene, men dette regnearket lar deg ikke beregne usikkerhet i kontantstrømmer – altså det som Forsvaret omtaler som "finansieringsplan". Slik type regneark har sin særlige styrke i prosjektets tidligfaser når estimatusikkerheten er størst. Når våpensystemet er valgt, og man er i gang med anskaffelsesfasen, er det imidlertid behov for å kunne beregne kontantstrømmer med usikkerhet i enkelte prosjekter. Metoden beskrevet i denne rapporten tillater dette. Det bør også merkes at metodikken som ligger til grunn for Forsvarets fastlagte regneark for usikkerhetsanalyse stemmer overens med metodikken som vi beskriver for å beregne P50-estimater i denne rapporten. Metodikken som beskrives her er imidlertid mer fleksibel, sånn at man ikke nødvendigvis må beregne den fastlagte forventningsverdien for prosjektet (P50) og øvre kostnadsramme (P85), men selv kan bestemme hvilken persentil man ønsker å beregne.

Målgruppen for rapporten er først og fremst personer som jobber med eller har interesse for hvordan levetidskostnads- og usikkerhetsanalyse for Forsvaret gjennomføres, men rapporten vil også være interessant for personer som skal jobbe i investeringsprosjekter i annen offentlig eller i privat sektor.

1.1 Rapportens oppbygning

Rapporten er delt inn i fire deler. Kapittel 2 tar først for seg hvordan et anskaffelsesprosjekt gjennomføres og hvilken rolle usikkerhetsanalysen spiller i prosjektet. Kapittel 2.1 går gjennom fasene i et anskaffelsesprosjekt basert på PRINSIX-rammeverket[1], mens kapittel 2.2 beskriver hvordan estimatene for kostnadsrammen og styringsrammen fremkommer. I kapittel 2.3 diskuteres ulike modeller for hvordan man kan komme frem til kostnads- og styringsramme.

I kapittel 3 tar vi for oss grunnleggende statistikk og diskuterer deretter behandling av systematisk usikkerhet og korrelasjon. Kapittel 3.1–3.3 gjennomgår utvalgte emner i statistikk, fra grunnleggende begreper som mode, gjennomsnitt og standardavvik til sentralgrenseteoremet og gammafordelingen. Disse danner grunnlaget for forståelsen av trinnvismetoden. I 3.4 og 3.5 diskuteres systematisk usikkerhet og korrelasjon i økonomisk usikkerhetsanalyse.

Med bakgrunn i innsikten fra kapittel 3 beskriver vi metoden for trinnvis kalkulasjon i kapittel 4. Vi benytter egenskapen ved trinnvisformlene at de representerer en relativt god tilnærming til gammafordelingen samtidig som de er så enkle at utregningen om ønskelig kan gjøres for hånd. Metodens rammeverk er som nevnt allerede godt dokumentert av Concept, og det er særlig forsvarsspesifikke forhold og anvendelsen på forsvarsanskaffelser som er i fokus i denne rapporten. Kapittel 5 konkluderer med å anbefale metoden til bruk for spesielle investeringsprosjekter i Forsvaret.

Før vi går videre skal vi her innledningsvis definere uttrykk som blir benyttet i rapporten og som forekommer i usikkerhetsanalyser i anskaffelsesprosjekter i Forsvaret.

1.2 Definisjoner

I det følgende gjennomgås definisjoner og begreper som hyppig brukes i forbindelse med økonomisk usikkerhetsanalyse i Forsvarssektoren. Noen av begrepene har tallet "45" knyttet til seg, som FMO45, GK45, MK45 og FT45. Disse refererer til at kostnadene tilhører Post 45 i Forsvarets regnskap. Flere av definisjonene er hentet fra Austeng et al. (2005b).

Basiskostnad	I Forsvaret er basiskostnaden summen av grunnkalkyle (GK45) og uspesifisert usikkerhet. Basiskostnad er definert som MK45 i PRINSIX, og kan være styringsmålet for prosjektleder (PRINSIX, 2008, s.84).
Beslutningsgrunnlag	Den informasjon som er fremskaffet gjennom analyser og vurderinger, og som danner basis for en beslutning (Statens vegvesen, 1995).
Faktor	Forhold som kan påvirke prosjektets kostnader. Eksempler på dette kan være oljepris, valutakurs, realprisvekst. Forhold som påvirker flere kostnadselementer samtidig dersom de inntreffer bør

[1] PRINSIX står for **pr**osjektbasert **in**formasjon **s**ystem bygget på Un**ix** plattform.

behandles som faktorer for å ta hensyn til samvariasjon.

Forventet kostnad — Summen av basiskostnad og de forventede tilleggene. Uttrykker den statistisk forventede kostnaden for prosjektet (Klakegg, 2003). Forventet kostnad er definert som FMO45 i PRINSIX, og kan like gjerne underskrides som overskrides. Dette er styringsmålet for utførende etat (PRINSIX, 2008, s. 84).

Forventede tillegg — Det forventede kostnadsbidraget fra estimatusikkerhet og faktorusikkerhet (eventuelt også hendelsesusikkerhet). Potensialet for forventede tillegg er normalt størst i tidlig fase av prosjektet, og minker etter hvert som prosjektet utvikles (Klakegg, 2003). Forventet tillegg er definert som FT45 i PRINSIX, og disponeres av Forsvaret (PRINSIX, 2008, s. 84).

Gjennomføringskostnader — Lønns- og reisekostnader som prosjektet påfører utførende etat på post 01.[2] I Forsvaret hender det at disse kostnadene beregnes og dekkes utenfor selve investeringsprosjektet. Gjennomføringskostnader er definert som G1760 i PRINSIX (2008, s. 84).

Grunnkalkyle — Den deterministiske summen av sannsynlig kostnad for alle spesifiserte, konkrete kalkyleelementer (kostnadsposter) på analysetidspunktet (Klakegg, 2003). Det tas ikke tillegg for usikkerhet. For Forsvarets investeringsprosjekter danner grunnkalkylen (GK45) grunnlaget for en usikkerhetsanalyse.

Hendelse — Hendelser som kan påvirke prosjektets kostnader som inntreffer med relativt lav sannsynlighet, men store kostnadskonsekvenser. For forsvarsprosjekter er en typisk hendelse fredstidstap av materiell i kategorier med få enheter. Sannsynligheten for tap er da lav innenfor hvert prosjekt, men Forsvaret opplever jevnlig slike hendelser på porteføljenivå. Dersom det er sannsynlig med mer enn ett fredstidstap gjennom levetiden vil man normalt håndtere hendelsen under faktorusikkerhet eller som eget estimat. Ikke alle forsvarsprosjekter har hendelsesusikkerhet.

Kostnadsramme — Summen av forventet kostnad og avsetning for usikkerhet. Kostnadsrammen definerer hvor stor finansiering som er satt av for å gjennomføre prosjektet. Prosjektet har bare én kostnadsramme (Klakegg, 2003). I offentlige investeringsprosjekter er det vanlig å

[2] Forsvarets anskaffelsesprosjekter føres i hovedsak på kapittel 1760 i statsbudsjettet, og kapittel 1760 har to poster: Post 01, som omfatter prosjektenes driftsutgifter for å gjennomføre prosjektet; Post 45, som omfatter kostnadene for selve anskaffelsen.

benytte den såkalte 85-persentilen[3] (P85) som kostnadsramme (Torp et al., 2006, s. 22). Kostnadsramme er definert som K45 i PRINSIX (2008, s. 84), og utgjør P85 fratrukket reduksjoner og forenklinger. I Forsvaret er det vanlig at gjennomføringskostnader og kostnader for EBA ikke er inkludert i Kostnadsrammen.

Kostnadsramme EBA	Kostnadsramme EBA definerer hvor stor finansiering som er satt av for å dekke EBA-kostnader. Kostnadsramme EBA er definert som K44, 47, 48 i PRINSIX (2008, s. 84). I Forsvaret er det vanlig at gjennomføringskostnader og kostnader for Eiendom, Bygg og Anlegg (EBA) dekkes utenfor kostnadsrammen for prosjektet, gjennom egne prosjekter administrert av Forsvarsbygg (FB).
Styringsramme	Den rammen den budsjettansvarlige har til disposisjon for å gjennomføre oppgaven (Klakegg, 2003). I statlige investeringsprosjekter er det vanlig å benytte 50-persentilen (P50) som forventet kostnad (Torp et al., 2006, s. 22). Det er heller ikke uvanlig å benytte 45-persentilen (P45), slik at prosjektleder styrer etter en lavere kostnad enn forventet kostnad. Dette er for eksempel tilfelle for Statens Vegvesen. (ibid., s. 35). I PRINSIX er styringsrammen definert som FMO45 (PRINSIX, 2008, s. 84).
Totalt planbeløp	Dette er summen av kostnadsrammen, gjennomføringskostnader og kostnadsramme for EBA. Er definert som TP i PRINSIX (2008, s. 84).
Usikkerhet	Mangel på viten om fremtiden. Differansen mellom den nødvendige informasjon for å ta en sikker beslutning og den tilgjengelige informasjon på beslutningstidspunktet. Kan medføre gevinst eller tap i forhold til forventet resultat, medfører både risiko og muligheter (Klakegg, 2003): a) Risiko – risiko er et uttrykk for et negativt utfall av usikkerhet b) Mulighet – mulighet er et uttrykk for positivt utfall av usikkerhet
Usikkerhetsanalyse	Systematisk fremgangsmåte for å identifisere, beskrive og beregne usikkerhet (Klakegg, 2003).

[3] Persentiler gjennomgås i kapittel 3.

Usikkerhetsavsetning	Avsetning for å oppnå ønsket sikkerhet mot overskridelse av styringsrammen. Det forventes ikke at denne posten brukes i prosjektet. Avsetningen styres på et høyere organisatorisk nivå enn prosjektleder og midlene utløses etter behov. (Klakegg, 2003). For materiellinvesteringer i Forsvaret er det Forsvarsdepartementet som styrer tildeling av usikkerhetsavsetningen (PRINSIX, 2008, s. 84). Departementet henter eventuelle tildelinger ut over styrings-rammen innenfor egen porteføljes samlede prosjektstyringsramme. På porteføljenivå settes det altså ikke av ekstra midler til eventuelle overskridelser, men overskridelser dekkes inn av underforbruk i andre prosjekter. Dette kan by på utfordringer ettersom usikkerheten på porteføljenivå i perioder domineres av tunge enkeltprosjekter. Usikkerhetsavsetning er definert som UA45 i PRINSIX.
Uspesifisert usikkerhet	Uspesifisert usikkerhet skal ivareta forhold som man erfarings-messig vet vil oppstå, men som det ikke er grunnlag for å stipulere så tidlig i prosessen. Usikkerheten vil bli redusert ved detalj-planlegging av prosjektet. Usikkerheten anslås normalt som en andel av grunnkalkylen. Uspesifisert usikkerhet er definert som UU45 i PRINSIX (2008, s. 84).

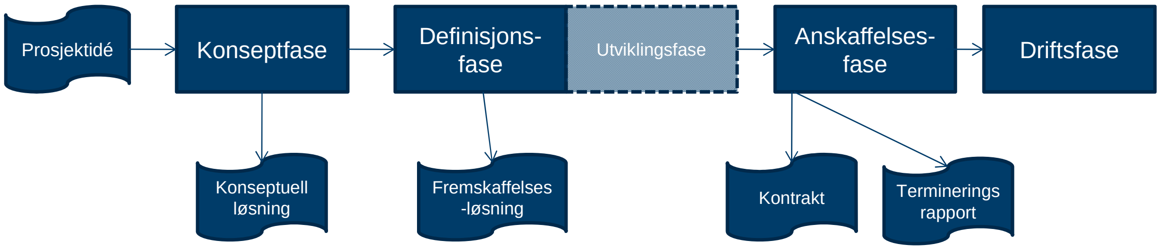
2 Usikkerhetsanalysens rolle i et anskaffelsesprosjekt

Før vi går i dybden på metoden til bruk for å estimere forventet kostnadsramme og styringsramme, er det nyttig å gå gjennom hvordan Forsvarets anskaffelsesprosjekter gjennomføres, og hvor usikkerhetsanalysen kommer inn i bildet. Vi begynner derfor med en gjennomgang av de ulike fasene av et anskaffelsesprosjekt, før vi plasserer usikkerhetsanalysen inn i bildet.

PRINSIX beskriver rammeverket for Forsvarets anskaffelsesprosjekter, og er en nettverksportal under http://forsvaret.no. Informasjonen om de ulike fasene av anskaffelsesprosjekter og hvordan styringsramme og kostnadsramme utledes, er hentet derfra.

2.1 Faser i Forsvarets anskaffelsesprosjekter

Når Forsvaret gjennomfører materiellinvesteringer, gjennomgås først to planleggingsfaser som Forsvarsdepartementet (FD) har ansvar for. Disse kalles "konseptfase" og "definisjonsfase". Dersom materiellet ikke er hyllevare gjennomføres også en tredje fase – "utviklingsfase". Deretter utsteder FD et gjennomføringsoppdrag (GO) til Forsvaret. De ulike fasene i et anskaffelsesprosjekt er illustrert i figur 2.1. Vi ønsker aller først å gi et innblikk i de ulike fasene for deretter å si noe om hvordan usikkerhetsanalysen passer inn.



Figur 2.1 Et anskaffelsesprosjekts ulike faser. Kilde: PRINSIX.

Den første fasen, konseptfasen, har til hensikt å vurdere hvilke konseptuelle alternativer som kan dekke Forsvarets behov. Her skal det defineres et nullalternativ og minst to alternative hoved-konsepter, og redegjøres for hvordan disse kan dekke samfunnets behov. For samtlige alternativer skal resultatmål, usikkerheter og finansieringsplan beskrives, jf. PRINSIX (2008).

Definisjonsfasen bygger på konseptfasen, og spesifiserer mer hvilke behov brukerne i Forsvaret har. I fasen utarbeides plan for gjennomføring av aktiviteter i prosjektet, og tekniske løsninger identifiseres. Også i denne fasen skal det gjennomføres kostnads- og usikkerhetsanalyse.

I utviklingsfasen (fase 3) er hensikten å fremskaffe prøvemateriell for testing og evaluering samt opparbeide tilstrekkelig med dokumentasjon om systemet som skal fremskaffes for å forsikre seg om at prosjektet lar seg gjennomføre – teknologisk og økonomisk.

Deretter utsteder FD et gjennomføringsoppdrag (GO) til Forsvaret, der Forsvarets Logistikk-organisasjon (FLO) er prosjektansvarlig og gjennomfører anskaffelsen på vegne av Forsvars-sjefen. I anskaffelsesfasen har FLO ansvaret for planlegging av prosjektet. Foruten å planlegge gjennomføringen av anskaffelsen, har også FLO ansvaret for kostnadsestimering, budsjettering og usikkerhetsanalyser.

Etter materiellet er anskaffet, overføres det til bruker og prosjektet går over i driftsfase. Denne fasen innebærer bruk og vedlikehold av materiellet, og berører normalt ikke investerings-organisasjonen. Det er nå brukeren som har ansvaret for budsjettering på årlig basis.

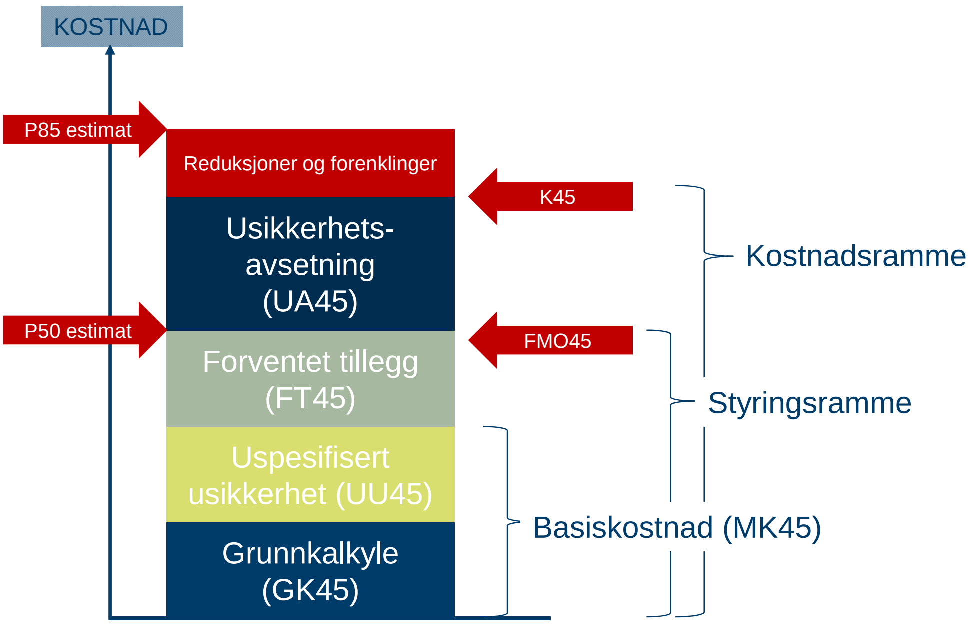
2.2 Økonomisk usikkerhetsanalyse

Som vi har sett i kapittel 2.1 skal det gjennomføres økonomisk usikkerhetsanalyse i hvert eneste trinn i et anskaffelsesprosjekt, helt til det overføres til driftsfasen. Økonomisk usikkerhetsanalyse et verktøy for å fastsette prosjekters styringsrammer og usikkerhetsavsetning for Forsvaret, jf. PRINSIX (2008), og i det følgende gis en overordnet beskrivelse av analysen.

Styringsrammen (FMO45) er den økonomiske rammen prosjektet styres etter. Den er satt sammen av grunnkalkyle (GK45), uspesifisert usikkerhet (UU45) og forventet tillegg (FT45). Gjennom usikkerhetsanalysen vurderes alle kostnadselementer med *best-, sannsynlig- og verst-*estimater. Sannsynlig kostnad er den prosjektet har mest tro på, og samsvarer derfor ofte med grunnestimatet for kostnaden. *Best-* og *verst-*anslagene gjøres ut fra sannsynlighetsbetraktninger, der 10/90-persentilene benyttes i denne rapporten. Dette innebærer at prosjektet mener kostnaden i 10 prosent av tilfellene kan bli lavere eller lik *best*-estimatet og tilsvarende i 90 prosent av tilfellene for *verst*-estimatet[4].

Grunnkalkylen er summen av sannsynlig kostnad for prosjektets kostnadselementer uten usikkerhetsvurderinger. Uspesifisert usikkerhet består av kostnader som man vet av erfaring at vil komme, men som ikke er kartlagt på grunn av manglende detaljeringsgrad. Det forventede tillegget inneholder det forventede kostnadsbidraget fra estimatusikkerhet og hendelsesusikkerhet. Størrelsen på det forventede tillegg er gjerne størst i tidlig fase av prosjektet, og minker etter hvert som prosjektet utvikles. I Forsvaret brukes P50 som styringsramme, hvor begrepet ”P50” referer til at det er 50 prosent sannsynlig at kostnaden blir lavere, og følgelig like sannsynlig at den blir høyere.

Kostnadsrammen (K45) er den øvre rammen for hva prosjektet kan summere seg til, inkludert en usikkerhetsavsetning. I forsvaret benyttes P85, dvs. at kostnaden med 85 % sannsynlighet ikke blir høyere, som utgangspunkt for kostnadsrammen. Imidlertid skal mulige reduksjoner og forenklinger i prosjektet trekkes fra P85 – tiltak som isolert sett ikke tas sikte på å realisere, men som om nødvendig kan gjennomføres. Differansen mellom styringsrammen og kostnadsrammen kalles usikkerhetsavsetning (UA45). Kostnadsrammen er det nivået Stortinget vedtar. Figur 2.2 viser kostnadsrammens oppbygning. Se for øvrig kapittel 1.2 for definisjoner av de ulike begrepene.



Figur 2.2 Kostnadsrammens oppbygning.

[4] Det er også vanlig å benytte 1/99-persentilene for *best*- og *verst*-estimater. Årsaken til at denne rapporten benytter 10/90 persentilene er at vi erfarer det lettere å enes om disse i en gruppeprosess sammenlignet med 1/99 for forsvarsprosjekter.

Usikkerhetsanalysen gjennomføres ofte for større forsvarsinvesteringer som en gruppeprosess, der prosessen i mange henseender er viktigere enn de eksakte kvantitative resultatene. I tillegg til å gi de økonomiske rammene tjener den økonomiske usikkerhetsanalysen også andre formål.

- Å være en del av beslutningsgrunnlaget i de beslutningspunktene som avgjør om et prosjekt skal gå over i neste fase (Austeng et al., 2005b).
- Få frem mulige forhold i prosjektets fremtid som krever forhåndstiltak for å avverge eller begrense, eller som krever oppbygging av beredskap (Austeng et al., 2005b). Deltakerne blir bevisst utfordringer – og gjennom prosessen får de forståelse for risikoen i prosjektet samt hvilke deler av det som er kostnadsdrivende.
- Prosessen kan klargjøre behov for nye analyser.
- Aktørene koordineres som en følge av gruppediskusjoner.
- Være til støtte i styringen av prosjektet ved at bevisstheten om risiko og muligheter økes hos aktørene, og at man får tydeliggjort hvor det er viktigst å konsentrere oppmerksomheten (Austeng et al., 2005b). Enkeltaktører blir bevisst hvordan sitt domene spiller inn i helheten og kan fokusere på de rette tingene.
- Være til støtte under fastsettelsen av styringsregimet for prosjektet, særlig med tanke på å dimensjonere avsetninger, og å klarlegge betingelsene for å utløse bruk av avsetningene (Austeng et al., 2005b).

2.3 Modellering av usikkerhet

FFI har gjennom lengre tid bistått Forsvaret i utarbeidelse av økonomiske usikkerhetsanalyser i forbindelse med anskaffelsesprosesser, og tradisjonelt er det de tyngre simuleringsmodellene som har stått i sentrum. Disse har hovedsakelig vært basert på såkalte Monte Carlo simuleringer, eller statistiske trekninger. Verktøy som har vært i bruk inkluderer Definitive Scenario, Crystal Ball og @Risk. FFI har også bygget egne Monte Carlo-baserte modeller i Excel (Nilssen et al., 2004).

Felles for simuleringsmodellene er at de gir presise resultater. Dette er viktig når man ser på usikkerhetsanalysen som et verktøy for fastsettelse av styringsramme og usikkerhetsavsetning. Ulempene er imidlertid at de er tidkrevende både å bygge og kjøre, og stiller i tillegg høye krav til brukeren. I enkelte tilfeller stabiliseres resultatet først med et svært høy antall trekninger. Dette innebærer liten fleksibilitet, og det kan være fare for at de kvantitative metodiske detaljene i analysen får for stor plass i forhold til de andre formålene en økonomisk usikkerhetsanalyse har. Behovet for raskere, mer brukervennlige og oversiktlige modeller har gjort at FFI i det senere har bruk såkalt trinnvis kalkulasjon. Denne metodens fordeler over simuleringsmodeller er:

- Ingen simuleringstid, resultatet foreligger umiddelbart.
- Samme svar hver gang. Trinnvis kalkulasjon er en deterministisk modell som gir ett svar for et sett med inngangsparametere, til forskjell fra Monte Carlo-modeller som ikke gir

eksakt samme resultat fra gang til gang, og som derfor gjerne krever relativt mange replikasjoner.

- Oversiktlig modell, lite plasskrevende og enkel å bygge.

Forsvarets veileder for håndtering av usikkerhet (PRINSIX, 2008) beskriver både varianter av trinnvismetoden og simulering, men som hovedprinsipp har Forsvaret valgt å bruke trinnvismodellen og har utviklet et regneark for modellering av usikkerhet som alle prosjekter anbefales å følge. Forsvarets modell er bygget opp med inntastingsfelt for trippelestimater, og har i tillegg mulighet til å ta ut rapporter med kommentarer, generere tornadodiagram og s-kurver. I Forsvarets anskaffelsesprosjekter kan data være begrenset eller mangelfulle, og det å finne rett nivå på kostnadsanslagene er da viktigere enn høy presisjon i alle utregninger. Et dataverktøy på linje med Forsvarets anbefalte regneark er da nyttig for å dokumentere og gjennomføre prosessen, og det finnes også kommersielle produkter som ivaretar denne funksjonen.

Denne rapporten dokumenterer en variant av trinnvis kalkulasjon som FFI har funnet hensiktsmessig som et supplement for beregning av usikkerhet i Forsvarets store og sammensatte investeringsprosjekter. Formelverket er kompakt, og dermed enkelt å implementere i dataverktøy som Excel. Inngangsparametere som trippelestimater og faktorvurderinger kan enkelt overføres fra andre verktøy (for eksempel Forsvarets regneark) som man har brukt til å gjennomføre prosessen med. Et kompakt formelverk gjør at usikkerhetsanalysen kan gjøres direkte i prosjektets LCC-modell og kobles til prosjektets tallgrunnlag. Videre er modellen egnet til å ta ut kontantstrømmer for både investerings- og driftskostnader på persentilnivå, f.eks. P45, P50 eller P85, dersom dette skulle være ønskelig. For store og sammensatte prosjekter som går over lang tid kan det være gunstig å ha kun en kostnadsmodell, der hele levetidskostnadsanalysen kan oppdateres fortløpende og automatisk ved justeringer i datagrunnlaget eller usikkerhets-vurderingene.[5] Modellen som beskrevet i denne rapporten gjør det også mulig å trekke ut kostnads- og styringsramme på underposter, altså på et nivå under der usikkerhet er vurdert med trippelestimater (se kapittel 4.5).

Selv om varianter av trinnvismetoden har blitt brukt av flere forsvarsprosjekter for økonomisk usikkerhetsanalyse, har metoden vært lite dokumentert tidligere. I løpet av de senere år har imidlertid Concept[6] både dokumentert metoden godt og gjort følsomhetsanalyser som viser metodens robusthet og svakheter. Concept har publisert flere rapporter for å dokumentere hvordan anskaffelsesprosesser gjennomføres og metoder som bør benyttes underveis.[7]

[5] En variant av metoden beskrevet i denne rapporten er implementert i levetidskostnadsanalysen for F-35, slik at endringer i grunnlaget automatisk oppdaterer P50-kontantstrømmene (styringsrammen) for hver kostnadspost (både investering og drift). En slik modell har i tillegg vist seg å være et godt verktøy for å gjøre følsomhetsanalyser og vurdere kostnadsimplikasjoner av ulike ambisjonsnivå. Se Sendstad og Røtvold (2014) for nærmere beskrivelse.

[6] Concept er et forskningsprogram underlagt NTNU som er finansiert av Finansdepartementet, der primærmålet er "å utvikle kunnskap og kompetanse om prosjekter i tidligfasen fra den første ideen oppstår til endelig finansiering av gjennomføringen er vedtatt". Les mer på www.concept.ntnu.no.

[7] Se http://www.concept.ntnu.no/publikasjoner/rapportserie for oversikt over hele rapportserien.

Denne rapporten tar utgangspunkt i flere av disse når FFIs tilnærming til økonomisk usikkerhetsanalyse beskrives.

I dag er det godt dokumentert at trinnvis kalkulasjon gir tilnærmet like gode resultater som simuleringsmodeller dersom de rette forutsetningene er oppfylt. Drevland et al. (2005) har eksempelvis konkludert med at muligheten for, og konsekvensene av, grove feil er mye større når det gjelder estimering av inngangsdata enn feil som gjøres i selve beregningsmodellen. Det siktes spesielt til feil som oppstår som følge av at trinnvisformlenes tilpasning til gammafordelingen blir svakere for skjeve trippelestimater. I mange praktiske sammenhenger vil det også være naturlig å anta at feil estimater for inngangsverdiene vil ha større innvirkning på resultatet enn valg av modell, enten det dreier seg om en analytisk modell eller simulering.

Det kan også nevnes at trinnvismetoden har vært benyttet i andre miljøer i Norge, som Statens vegvesen (ibid.), HolteProsjekt og Metier. En variant av trinnvismetoden som baserer seg på trekantfordelingen, Formal Risk Assessment of System Cost estimates (FRISK) (Young, 1992), er også omtalt i den amerikanske romfartsorganisasjonen NASAs håndbok i kostnadsanalyser (NASA, 2004).

3 Statistisk grunnlag og behandling av usikkerhet

I dette kapittelet gjennomgås statistiske begreper som *forventningsverdi*, *standardavvik*, *median*, *persentiler*, *fordelingsfunksjon* og det viktige *sentralgrenseteoremet* samt betingelser for oppfyllelse av dette. Videre gjennomgås gammafordelingen og noen regneregler for statistisk avhengig og uavhengige variabler, som er nødvendig for metoden som beskrives i kapittel 4. Kapittelet belyser også håndtering av korrelasjon og systematisk usikkerhet. Kapittel 3.1 gjennomgår begreper og regneregler, 3.2 omhandler sentralgrenseteoremet, 3.3 presenterer gammafordelingen, 3.4 diskuterer håndtering av systematisk usikkerhet og 3.5 beskriver faktorusikkerhet og korrelasjon. Lesere med forhåndskunnskap i statistikk kan vurdere å hoppe over kapittel 3.1–3.3.

3.1 Begreper og regneregler

En stokastisk variabel er det samme som en tilfeldig variabel, og forekommer når vi gjør et uttrekk fra et utvalg og vi ikke vet hva utfallet blir. Dersom vi kaster *kron-eller-mynt* vet vi ikke hva utfallet blir, men vi vet noe om sannsynlighet for at det blir *kron* eller *mynt*. *Kron-eller-mynt* kan sies å være en stokastisk variabel som kan anta verdiene *kron* eller *mynt*, begge med lik sannsynlighet.

I statistikk har vi noen egenskaper som benyttes for å beskrive typiske trekk for en tilfeldig variabel. Disse inkluderer gjennomsnitt, forventningsverdi, mode, median, standardavvik og varians. Nedenfor gjennomgås disse kortfattet.

Hvis vi observerer verdien av en stokastisk variabel X i en stor rekke stokastiske (tilfeldige og uavhengige) forsøk, kan vi regne ut gjennomsnitt for det datasettet som forsøkene resulterer i. Gjennomsnittet blir da et mål på den mest typiske verdien i datasettet. Hvis vi kjenner variabelens sannsynlighetsfordeling, kan vi i stedet for å gjennomføre eksperimenter beregne dens gjennomsnitt. Et slikt beregnet gjennomsnitt kalles variabelens *forventningsverdi* (Løvås, 2004, s. 125). Forventningen til en variabel X defineres som

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i) \qquad (3.1)$$

der $E(X)$ er forventningsverdien til den stokastiske variabelen X, x_i er den observerte verdien, n er antall observasjoner, og $P(X{=}x_i)$ er sannsynligheten for at verdien x_i inntreffer. Eksempel 1 illustrerer forventningen ved å se på terningkast.

Eksempel 1 – Forventningsverdien til et terningkast

En terning har seks sider med tallverdiene én til seks. Det er like stor sannsynlighet for at én inntreffer som seks, og dermed er sannsynligheten for at én inntreffer 1/6 (én av de seks mulige utfallene). Forventningsverdien μ for et terningkast blir dermed

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{6} x_i \cdot \frac{1}{6} = (1+2+3+4+5+6) \cdot \frac{1}{6} = 3{,}5$$

Standardavviket σ kan tolkes som det gjennomsnittlige avviket fra gjennomsnittet. Ved å kvadrere hvert avvik fra gjennomsnittsverdien blir vi kvitt negative fortegn. Variansen er definert som kvadratet av standardavviket (ibid., s. 41–42).

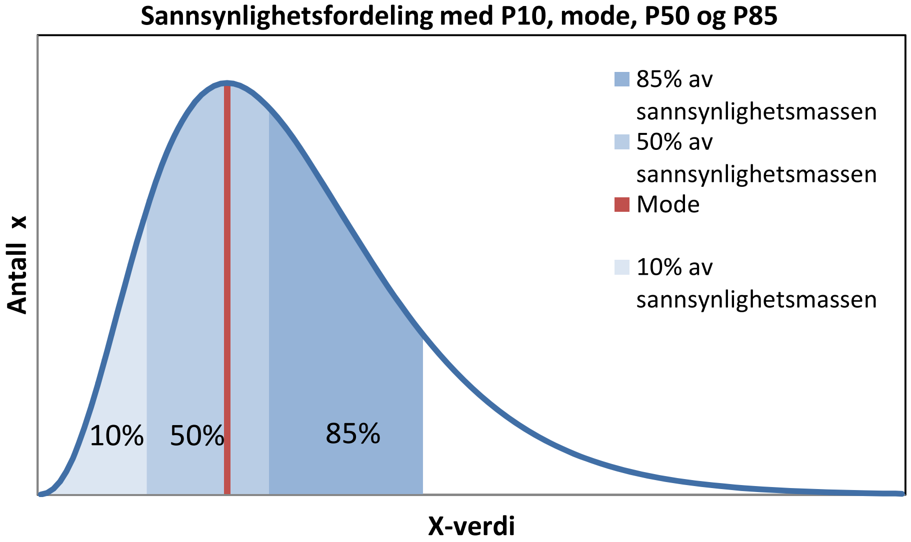
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2} \qquad (3.2)$$

Relativt standardavvik er definert som standardavviket dividert på forventningsverdien – eller hvor stor spredningen er i forhold til forventningsverdien.

$$\sigma_{\mathrm{rel}} = \frac{\sigma}{\mathrm{E(x)}} \qquad (3.3)$$

Relativt standardavvik er i praktiske sammenhenger et nyttig mål, og spesielt i kostnadsanalyser der man ofte ønsker å sammenligne usikkerhet på tvers av aktiviteter med ulik kostnad.

Mode er verdien som forekommer hyppigst i en diskret sannsynlighetsfordeling, eller x-koordinaten for toppunktet på fordelingskurven til en kontinuerlig fordelingsfunksjon. *Median* er den verdien som deler populasjonen i to; altså den midterste verdien for en sortert fordeling. I likhet med *forventningsverdien* kan *mode* og *median* hvert på sitt vis sees på som den mest typiske verdien for fordelingen. *Persentiler* er en annen type beliggenhetsmål. De angir hvor på sannsynlighetsskalaen en verdi befinner seg. For eksempel er 10-persentilen den x-verdien som har 10 % av sannsynlighetsmasser til venstre for seg. 50-persentilen har halve sannsynlighetsmassen på hver side, og kalles median. 25- og 75-persentilene kalles hhv. nedre og øvre kvartil. I figur 3.1 viser vi en sannsynlighetsfordeling der vi har illustrert P10 (10-persentilen), mode, P50 og P85.



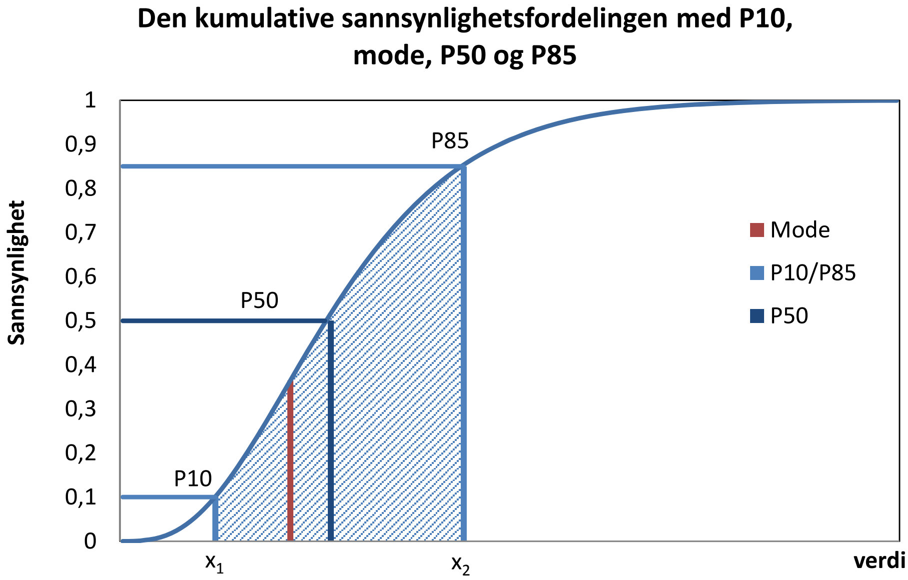
Figur 3.1 Sannsynlighetsfordeling for variabelen X der vi har markert 10-persentil, mode, 50-persentil (median) og 85-persentil.

I Forsvarets anskaffelsesprosjekter oppgis ofte 15-, 50- og 85-persentilen, også kjent som P15, P50 og P85. P50 er da programmets forventede kostnad og styringsramme, mens P85 er grunnlaget[8] for kostnadsrammen bestående av forventet kostnad pluss usikkerhetsavsetning (PRINSIX s. 84). P15 oppgis ofte som prosjektets "best-case".

Det finnes ulike fordelingsfunksjoner som sier noe om tettheten til observasjonene av den stokastiske variabelen X og sannsynligheten for at en verdi inntreffer. Fordelingsfunksjonene kan være symmetriske, venstreskjeve eller høyreskjeve. Dersom den er symmetrisk, er det like stor sannsynlighet for at en verdi lavere enn forventningsverdien inntreffer som høyere. For symmetriske fordelingsfunksjoner vil altså P50 sammenfalle med forventningsverdien.

Den kumulative sannsynlighetsfunksjonen viser x-verdiene på førsteaksen og akkumulert sannsynlighet på sekundæraksen. I figur 3.2 ser vi at det er 85 % sannsynlighet for at kostnaden blir x_2 eller lavere. Det er dette som blir markert som P85 i et anskaffelsesprosjekt i Forsvaret.

[8] P85 minus eventuelle forenklinger og reduksjoner utgjør kostnadsrammen



Figur 3.2 En kumulativ sannsynlighetsfunksjon. Verdiene er på x-aksen, og sannsynligheten for at verdien blir x eller lavere står på y-aksen.

Beregning av forventningsverdien er en såkalt lineær operasjon, hvilket innebærer at forventningen til en sum av tilfeldige variable er lik summen av forventningene. Fra Rice (1995, s.119) har vi at dersom X_i er tilfeldige variable med forventning E(Xi) og Y er en lineær funksjon av X_i, $Y = a + \sum_{i=1}^{n} b_i X_i$, så blir

$$E(Y) = a + \sum_{i=1}^{n} b_i E(X_i) \tag{3.4}$$

Med konstantene $b_i = 1$ og a = 0, gir likning 3.4 den viktige relasjonen

$$E(\sum X_i) = \sum E(X_i) \tag{3.5}$$

Videre gjelder det for variansen av en lineærkombinasjon at (Rice, 1995, s.131–132):

$$Var(a + \sum_{i=1}^{n} b_i X_i) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_i b_j Cov(X_i, X_j) \tag{3.6}$$

Kovariansen sier noe om hvorvidt de tilfeldige variablene samvarierer. Dersom variablene samvarierer fullstendig er $Cov(X_i, X_j) = \sqrt{Var(X_i) \cdot Var(X_j)}$, mens dersom variablene X_i er uavhengige er $Cov(X_i, X_i) = 0$ for $i \neq j$. Ettersom $Cov(X_i, X_i) = Var(X_i)$ gir likning 3.6 for uavhengige variabler og med konstantene $b_i = 1$ følgende viktige relasjon

$$Var(\sum_{i=1}^{n} X_i) = \sum_{i=1}^{n} Var(X_i) \tag{3.7}$$

Det er verdt å merke seg at mens $Var(\sum X_i) = \sum Var(X_i)$ gjelder for statistisk uavhengige X_i, er dette generelt ikke et krav for $E(\sum X_i) = \sum E(X_i)$ (Rice, 1995, s.132). Variansen er kvadratet av standardavviket ($Var(X) = \sigma_X^2$), og ettersom det ofte er standardavvik som brukes kan det være nyttig å merke seg at relasjonen på standardavvikform blir

$$\sigma_{total} = \sqrt{Var\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} Var(X_i)\right.} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \sigma_{X_i}^2\right)} \qquad (3.8)$$

3.2 Sentralgrenseteoremet

Sentralgrenseteoremet er et viktig element i økonomisk usikkerhetsanalyse og fundamentalt for trinnvis kalkulasjon, hvor det implisitt antas oppfylt for å beregne P15, forventningen og P85. Teoremet finnes i forskjellige varianter og generaliseringer som gjelder for gitte betingelser. Varianten vi benytter i denne sammenheng sier at dersom $X_1, X_2, \ldots, X_i$ er en sekvens av tilfeldige uavhengige variabler, så vil summen bli tilnærmet normalfordelt dersom antallet variabler, n, er tilstrekkelig høyt.

Denne varianten er en generalisering av den kanskje best kjente varianten av teoremet, som ofte er å finne i lærebøker (se for eksempel Løvås, 2004, s. 184–185). Hos Løvås formuleres teoremet for gjennomsnittet, $\bar{X}$, under tilleggsbetingelsen at sekvensen av de tilfeldige variablene $X_1, X_2, \ldots, X_i$ stammer fra samme fordelingsfunksjon F med forventning μ og standardavvik σ. Dersom antallet variabler er tilstrekkelig høyt, vil da gjennomsnittet, $\bar{X}$, være tilnærmet normalfordelt med forventning μ og standardavvik $\sigma/\sqrt{n}$, uavhengig av den opprinnelige fordelingen F.

Det er mulig å vise sentralgrenseteoremet for relativt strenge betingelser, men for praktiske anvendelser må man bruke tilnærminger (se for eksempel Rice, 1995, s 169–170). Hovedregelen er at for relativt symmetriske fordelingsfunksjoner vil summen være tilnærmet normalfordelt for relativt lave n, mens usymmetriske fordelingsfunksjoner vil kreve et høyere antall n for å gi en god tilnærming. Sentralgrenseteoremet har også vist seg å være oppfylt selv for avhengighet mellom variablene, så fremt avhengigheten ikke er for ”sterk” (ibid.). Hvor fort tilnærmingen skjer i praksis, er avhengig av fordelingen til de enkelte postene, innbyrdes størrelse mellom postene, og nøyaktighetskravet (Drevland et al., 2005, s. 30).

Austeng et al. (2005a) har undersøkt sentralgrenseteoremets gyldighet for bruk i økonomiske kostnadsanalyser, og deres hovedkonklusjon er at det er trygt å bruke normalfordelingen som substitutt for den egentlige fordelingen for totalresultatet til kostnadskalkyler i nesten alle praktiske sammenhenger (ibid., s 13). Videre konkluderer Austeng et al. (2005a) med at man får en god tilnærming ved addering av kun 5-6 poster så fremt de ikke er mer enn ”normalt”[9] skjeve. Selv med ekstremt skjeve poster vil sentralgrenseteoremet være oppfylt med 15–20 poster. Gruppevis korrelasjon gjør at normaltilnærmingen krever flere kostnadsposter, men man finner at

[9] Austeng et al. (2005a) benytter begrepet ”normal” skjev fordeling for å uttrykke skjevhet man vanligvis finner i usikkerhetsanalyser. De støtter seg på observerte trippelestimater fra til sammen seks usikkerhetsanalyser som har dannet empirisk grunnlag for fordelingen av skjevhet i kostnadspostene. Når man så har gjort simuleringsforsøk for å undersøke når sentralgrenseteoremet er oppfylt, er kriteriet for ”normal” skjevhet skjønnsmessig økt noe for å ta høyde for at forsøkene er gjennomført med like store kostnadsposter, til tross for at større poster i praksis vektes mest.

virkningen av korrelasjon forsvinner raskt når antall grupper passerer 3–4 og sannsynlighetsfordelingen for den enkelte post ligger innenfor et normalt område.

For store forsvarsinvesteringer er det erfaringsmessig vanlig med om lag 10–35 kostnadsposter og 5–20 faktorer. Basert på Austeng et al.s (2005a) undersøkelser bør altså gyldighetskriteriet for sentralgrenseteoremet være oppfylt selv for de minste prosjektene, så fremt de store kostnadspostene og faktorene er normalt skjeve. For de største prosjektene vil antakelsen være gyldig selv for ekstremt skjeve enkeltposter.

3.3 Gammafordelingen

Gammafordelingen danner grunnlaget for formelverket for trinnvis kalkulasjon beskrevet i denne rapporten[10], og karakteriseres av parameterne α og λ. α er den sentrale formparameteren som beskriver fordelingens skjevhet. Jo høyere α, jo større spredning er det i fordelingen. λ er en skaleringsparameter som ikke endrer kurvens form, men viser hvor den plasserer seg på førsteaksen (t-aksen). Gammafordelingen er uttrykt ved

$$g(t) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0 \tag{3.9}$$

der $\Gamma(\alpha)$ er gammafunksjonen definert ved

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} u^{\alpha-1} e^{-u}\, du, \quad \alpha > 0 \tag{3.10}$$

Forventningsverdien, moden og variansen til gammafordelingen er henholdsvis $E(X) = \frac{\alpha}{\lambda}$, $mode = (\frac{\alpha-1}{\lambda})$ og $Var(X) = \frac{\alpha}{\lambda^2}$. Den kumulative gammafordelingen er gitt ved

$$G(t) = \frac{\gamma(\alpha, \lambda t)}{\Gamma(\alpha)} \tag{3.11}$$

der $\gamma(\alpha, \lambda t)$ er den nedre ufullstendige gammafunksjonen gitt ved

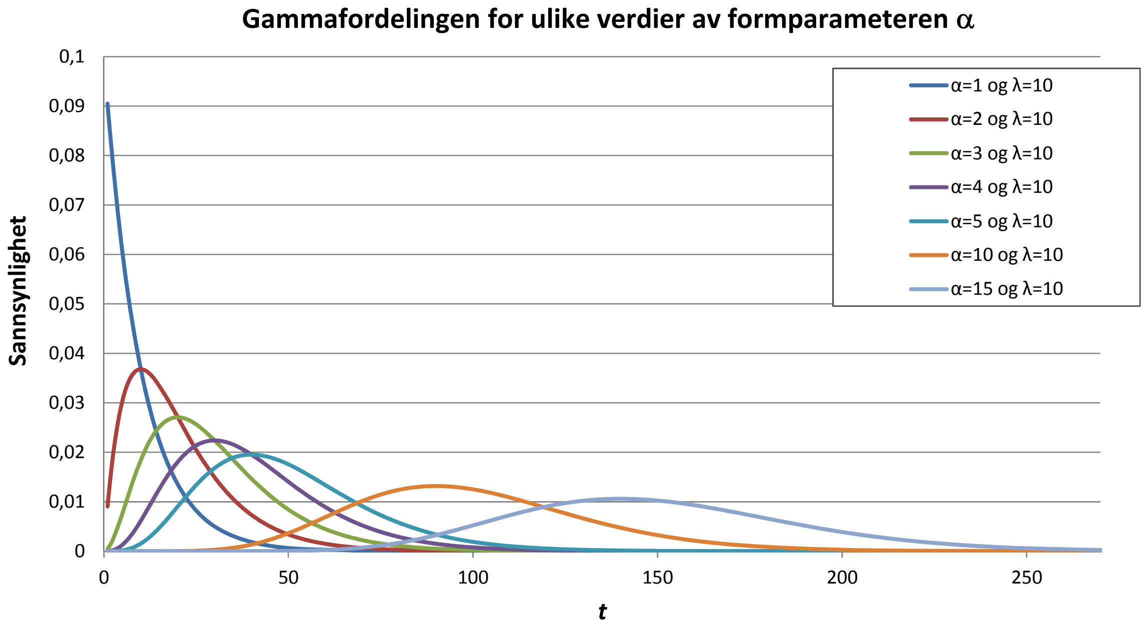
$$\gamma(\alpha, \lambda t) = \int_0^{\lambda t} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \tag{3.12}$$

Figur 3.3 viser gammafordelingen for ulike verdier av formparameteren α. I figuren vises gammafordelingen med heltallig formparameter, og i disse spesialtilfellene er gammafordelingen lik Erlangfordelingen[11]. Erlangfordelingen med formparameteren lik 10 dannet utgangspunktet for Steen Lichtenbergs utarbeidelse av trinnvisformlene på 70-tallet (Drevland et al., 2005).

---

[10] Tilsvarende formelverk kan avledes av andre fordelingsfunksjoner, se for eksempel Young (1992).

[11] Erlangfordelingen er et spesialtilfelle av gammafordelingen, der formparameteren er et heltall. Et annet spesialtilfelle er når formparameteren er lik én, hvilket gir eksponensialfordelingen.



Figur 3.3 Gammafordelingen for ulike verdier av formparameteren α, der plasseringen på t-aksen er gitt ved λ=10.

Av figur 3.3 fremgår det at gammafordelingen er svært skjev ved lave verdier av formparameteren og at den blir symmetrisk med økende verdier for α. I spesialtilfellet α=1 sammenfaller gammafordelingen med eksponentialfordelingen (Rice, 1995, s. 52). Gammafordelingens blir mer og mer lik normalfordelingen når skjevhetsparameteren α blir stor, imidlertid vil den alltid være noe høyreskjev (Drevland et al., 2005). I praksis ser man bort fra denne skjevheten når man benytter trinnvisformlene med symmetrisk spenn, og antar implisitt en normalfordeling. Ved høye verdier av α vil feilen man gjør ved å anta symmetri være liten sammenlignet med andre feilkilder, for eksempel valg av fordelingsfunksjon.

3.4 Systematisk usikkerhet

Metoden som beskrives i denne rapporten summerer forventningsverdier for hver usikre kostnadspost, og for denne usikkerheten skiller man gjerne mellom systematisk og usystematisk usikkerhet. Den usystematiske usikkerheten er diversifiserbar, ved at den jevnes ut når en rekke poster behandles som statistisk uavhengig. På tilsvarende måte jevnes porteføljens usikkerhet ut når den består av en rekke usikre prosjekter (se for eksempel Sandvik (2003) for mer om usikkerhet på porteføljenivå).

Systematisk usikkerhet samvarierer mellom prosjektene, og er således ikke diversifiserbar på porteføljenivå. Et eksempel på systematisk usikkerhet i forsvarssektoren er prosjektenes konjunkturfølsomhet gjennom prisglidning i kontraktene. Systematisk risiko i forsvarsprosjekter skal normalt ikke innarbeides i kostnadsrammen – men skal synliggjøres, jf. Forsvarets veileder i håndtering av risiko (PRINSIX 2008, s 100). Valutausikkerhet er et typisk eksempel der normale variasjoner gir like store positive som negative utslag, og skal derfor vanligvis håndteres risikonøytralt i samfunnsøkonomiske analyser (Finansdepartementet 2008).

Tilsvarende resonnement kan også legges til grunn for usikkerhet i drivstoffpris, som er en gjenganger i levetidsanalyser av Forsvarets operative plattformer. I Forsvarets anskaffelses-prosjekter inkluderes imidlertid ikke valutausikkerhet.

Systematisk usikkerhet kan enten tas hensyn til gjennom såkalte sikkerhetsekvivalenter (i den kalkulerte prisen) eller diskonteringsrenten (Finansdepartementet 2005). Dersom den systematiske risikoen håndteres gjennom kalkulasjonsprisen, faller behovet for et risikotillegg i kalkulasjonsrenten (Finansdepartementet 2008), og risikofri realrente benyttes ved ned-diskontering. Investeringsanalyser basert på sikkerhetsekvivalenter kan gi bedre forståelse av risikoen enn ved bruk av kalkulasjonsrente (ibid.), noe som har resultert i at store prosjekter som omfattes av kvalitetssikringsordningen (KS) generelt håndterer systematisk risiko gjennom sikkerhetsekvivalenter, mens mindre prosjekter behandler risiko gjennom diskonteringsrenten (NOU 2012:16).

Større forsvarsanskaffelser faller innenfor kvalitetssikringsordningen som ble innført i år 2000, og har således ofte håndtert systematisk risiko i den kalkulerte prisen, gjennom usikkerhetsanalysen. I metoden som beskrives i denne rapporten er faktorene egnet til å håndtere systematisk usikkerhet, ettersom disse virker på tvers av kostnadselementene (se kapittel 3.5). Det er imidlertid fullt mulig å håndtere den gjennom diskonteringsrenten i stedet. Systematisk risiko knyttet til normale konjunktursvingninger skal som hovedregel ikke innarbeides i kostnadsrammen. I enkelte tilfeller er imidlertid konjunktursvingningenes forsvarsøkonomiske og sikkerhetspolitiske implikasjoner naturlig å ta hensyn til dersom det påvirker materiellets pris eller ytelse.

Det har pågått en diskusjon knyttet til om man også i store prosjekter bør gå over til å bruke risikojustert diskonteringsrente i stedet for å bruke sikkerhetsekvivalenter (se for eksempel Vennemo 2011, NOU 2012:16 og Vennemo et al. 2013). Dette har blitt anbefalt også for prosjekter der kun kostnadssiden prises (Vennemo et al. 2013). For Forsvarets anskaffelser er imidlertid situasjonen spesiell, ved at nyttesiden ikke uten videre lar seg kvantifisere. Det er derfor vanlig i forsvarssammenheng å bruke kost-effekt analyser som gjerne håndterer militær ytelse og kostnader separat, i motsetning til kost-nytte- eller kost-virkningsanalyser. En risikojustering av fremtidige kontantstrømmer må derfor sees i sammenheng med ytelsesvurderingene, og ikke minst hvordan den militære ytelsen er knyttet til kontantstrømmene. Med fornyet materiell følger både kostnader og ytelse, og i et kost-effekt-perspektiv burde ideelt sett både kostnads- og ytelsesrisiko diskonteres ned, for å ta hensyn til samfunnsøkonomisk risiko på den ene siden og sikkerhetspolitisk risiko på den andre siden. Det eksisterer så langt vi erfarer ingen fullgod metode for å ytelsesdiskontere sikkerhetspolitisk risiko. Dersom prosjektet kun risikojusterer kontantstrømmene og ikke ytelsen (nyttesiden), står man i fare for å diskontere ned for hardt en usikker fremtidig negativ kontantstrøm.

Risikojustert diskonteringsrente i slike anskaffelsesprosjekter vil dermed kunne bidra til å gi et fortegnet bilde av de reelle kostnadsimplikasjonene ved å foreta en materiellanskaffelse, noe som særlig er en problemstilling for forsvarsmateriell med svært lange levetider. Videre vil høy diskonteringsrente kunne innebære favorisering av prosjekter der kostnadene faller sent i perioden, og vil således bidra til en dreining mot å utsette nyinvesteringer til fordel for null-alternativene. Fornyelsestakten av Forsvarets materiell gjennomføres for å sikre best mulig stridseffektivitet, og det gjøres normalt ingen ytelsesdiskontering av denne i alternativanalysen. For Forsvarets materiellanskaffelser vil det derfor fortsatt være behov for å håndtere risiko gjennom sikkerhetsekvivalenter.

3.5 Korrelasjon og faktorusikkerhet

Metoden som beskrives i denne rapporten tar utgangspunkt i at kostnadselementene er ukorrelerte. Ved feilaktig å anta statistisk uavhengighet mellom postene, vil den aggregerte usikkerhetsanalysen få for liten spredning (Austeng 2005a). Det er mulig å håndtere korrelasjon ved å inkludere en korrelasjonsmatrise i trinnvismetoden (Young 1992). Imidlertid er det vår erfaring at det er vanskelig for deltakerne i usikkerhetsanalysen å forholde seg til korrelasjonskoeffisienter dersom ikke tilstrekkelig erfaringsdata foreligger. Vi anbefaler derfor å løfte forhold som påvirker på tvers av kostnadspostene ut i faktorvurderingen. Faktorer som påvirker flere kostnadselementer kan for eksempel være valuta, organisatoriske forhold eller effekten av internasjonalt samarbeid. Nedenfor beskrives hvordan faktorer brukes, blant annet for å ta hensyn til korrelasjon.

Gruppeprosessen søker som regel å belyse kostnadene ”top-down” heller enn ”bottom-up”. For sistnevnte tilnærming aggregeres et kostnadsbilde fra bunnen av, og usikkerheten er gjerne en skjønnsmessig påplussing på hver kostnadspost for å ta høyde for “uteglemte” elementer i kostnadsestimatet. I motsetning søker ”top-down”-tilnærmingen å belyse prosjektets helhet og detaljerer kun de områdene der usikkerheten antas å være størst. For mer informasjon om denne type prosess, se for eksempel Austeng et al. (2005c, s.46–63). ”Top-down”-tilnærmingen tar gjerne i bruk faktorer for å ta hensyn til kostnaden som tradisjonelt håndteres som et uspesifisert tillegg. Eksempler på slike faktorer er prosjektets kompetanse, gjennomføringsevne, bemanningssituasjon, forsinkelser etc. Med en slik fremgangsmåte kommer usikkerheten til syne i faktorene og estimatene, og det beregnes følgelig ingen uspesifisert usikkerhet (UU45).

Vi vil nå gå gjennom et eksempel for å utdype håndtering av korrelasjon med faktorusikkerhet. Anta at valg av driftskonsept for et våpensystem påvirker flere kostnadsposter. Kostnadsfaktoren *driftskonsept* legges da utenpå de aktuelle kostnadspostene, og den økonomiske usikkerheten knyttet til ulike konsept håndteres i faktoren, i stedet for i de enkelte kostnadspostene. Det neste skrittet er nå å kvantifisere faktoren, noe kan gjøres på flere måter, herunder identifisere en prosentvis påvirkning eller kvantifisere den økonomisk og så gjøre den om til en prosentvis påvirkning. Anta nå at prosjektet gjennom vurderinger har kommet frem til trippelestimater som gjør at faktorens forventning er 1,1 med standardavvik ±10 %. Dette innebærer at de elementene faktoren driftskonsept skal legges på, vil få en forventning som er 1,1 multiplisert med opprinnelig forventning, og et større standardavvik som følge av at faktoren kan ha verdier fra 0,99–1,21 (±10%). Kostnadspostene faktoren driftskonsept virker på skal dermed ikke inneholde vurderinger knyttet til usikkerhet rundt driftskonsept, da dette er løftet ut i faktorvurderingen.

Den totale faktorvirkningen håndteres altså ved å summere bidragene fra alle kostnadspostene faktoren virker på. Disse bidragene finner man ved å identifisere et forventet tillegg og standardavvik som faktoren bidrar med for hver kostnadspost. I eksempelet med driftsprofil-faktoren, vil faktoren endre prosjektets totale kostnader med faktorens forventning (1,1) multiplisert med forventet kostnad for de elementene faktoren virker på. På tilsvarende måte vil faktoren ha et effektivt standardavvik som er 10 % av den forventede kostnaden for de elementene den virker på. Alle andre faktorer håndteres på tilsvarende måte, og det er verdt å merke seg at faktorvirkningen altså håndteres additivt og ikke multiplikativt.[12] Trinnvismetoden er generelt mer robust for den additive metoden når faktorene er skjevfordelte (Austeng 2005a, s.64–69). I kapittel 4 er det i eksemplene viet plass til detaljerte utregninger av både kostnadselementer og faktorvirkning.

Additiv håndtering representerer i noen tilfeller en modellforenkling som kan medføre feil dersom faktorene faktisk påvirker hverandre multiplikativt. Tilsvarende vil modeller som utelukkende baserer seg på multiplikativ faktorhåndtering være en forenkling dersom enkelte av disse faktisk virker additivt. I mange normale tilfeller er imidlertid feilen ubetydelig. Dersom for eksempel det er to faktorer som påvirker et kostnadselement, begge med forventning 1,1 (pluss 10 %), vil metoden som beskrives her gi en forventet pris som er 20 % høyere. Dersom faktorene ble håndtert multiplikativt ville virkningen vært 21 %.

Den viktigste årsaken til å velge en forenklet (additiv) metode for håndtering av faktorusikkerhet er knyttet til hvorledes usikkerheten utledes gjennom gruppeprosess. Det er vesentlig at faktor-settingen gjøres på en transparent og enkel måte, ettersom forsvarsprosjektene i seg selv ofte er sammensatte og kompliserte. Typisk for en gruppeprosess i et forsvarsprosjekt er deltakelse fra et bredt spekter av fagpersoner og ekspertise, der prosessfokus er viktig for å skape god forståelse for usikkerhetsdriverne. I disse fora utledes gjerne en økonomisk konsekvens, og faktorene settes så på bakgrunn av dette – gjennom addisjon. Der hvor faktorene skulle virket multiplikativt er vår erfaring at man i avveiningen mellom en matematisk stringent metode og å holde fokus på hovedmålet med prosessen, bør velge sistnevnte.

I tillegg gir additiv metode gyldige resultater så lenge faktorskjevheten er innenfor det området man normalt finner i økonomiske usikkerhetsanalyser. Dette er undersøkt i detalj i vedlegg A, der vi har sett på under hvilke betingelser additiv faktorhåndtering gir tilstrekkelig gode resultater når multiplikativ metode er riktig. Det er her satt som krav at feilen det medfører for et kostnadselement med symmetrisk spenn på ±20 % skal være innenfor 1 % av forventningen og 10 % av standardavviket. De viktigste funnene er at feilen er innenfor kravet så lenge

[12] Multiplikativ håndtering av faktorene innebærer å multiplisere faktorene og kostnadselementene de virker på. Dersom to eller flere faktorer virker på et kostnadselement, vil multiplikativ håndtering innebære at faktorene virker på hverandre. Metoden som beskrives her er en forenkling ved at faktorene ikke multi-pliseres som statistisk uavhengige variabler, men effekten av hver faktor beregnes gjennom produktet av faktor og kostnadselement. Den totale virkningen av faktorene er deretter summen av disse enkeltvise produktene. Fremgangsmåten beskrives i detalj i kapittel 4.

kostnadselementet og faktorene er innenfor skjevhet og usikkerhetsspenn man vanligvis finner i usikkerhetsanalyser.[13] Samtidig er det noen spesielle forhold man må være oppmerksom på:

- Forventningsverdien er mer sårbar for valg av feil metode (additiv eller multiplikativ) enn standardavviket, med de kravene som er satt her.
- Stor skjevhet i kombinasjon med stor spredning, enten for kostnadselement eller faktor, øker faren for feil.
- Flere faktorer øker faren for feil estimater, og for store usikkerhetsspenn er toleransen for skjevfordeling liten.

Dersom flere av faktorene på ett kostnadselement er skjevfordelte, blir feilen størst dersom faktorene virker samme vei, mens motsatt rettede faktorer i stor grad oppveier hverandre. Dette henger sammen med at antakelsen om sentralgrenseteoremets gyldighet ikke lenger blir oppfylt, før antall faktorer som påvirker kostnadselementet blir tilstrekkelig stort. Generelt bør det vises varsomhet når man har med ekstremt skjevfordelte faktorer å gjøre. Dersom disse er plassert på dominerende kostnadselementer kan antakelsen om oppfyllelse av sentralgrenseteoremet være feil, og simuleringsmodeller bør vurderes som et alternativ eller supplement. I enkelte tilfeller avledes faktorene gjennom kvantitative analyser, og det er da trivielt å benytte multiplikativ faktorhåndtering dersom dette er ønskelig.

4 Beregning av økonomisk usikkerhet ved bruk av trinnvisformlene

Trinnvisformlene er en tilnærming[14] til Gammafordelingen som forenkler utregningsprosessen vesentlig, og som vi skal se nedenfor, er de så enkle at utregningen om ønskelig kan gjøres for hånd.

Inngangsparameterne til formlene er trippelanslaget, bestående av best/nederst (n), sannsynlig (s) og verst/øverst (ø). Dersom man benytter henholdsvis 10- og 90-persentilen for henholdsvis best/nederst og verst/øverst i grunnkalkylen, er formlene for å beregne sannsynlig kostnad og standardavvik (Drevland et al., 2005)[15]:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{n}+0{,}42\mathrm{s}+\text{ø}}{2{,}42} \tag{4.1}$$

[13] Toleransen for skjevhet og usikkerhetsspenn avhenger av antall faktorer og om de oppveier for hverandre eller virker samme vei. Se vedlegg A for detaljer. Våre erfaringer tilsier at faktorene stort sett har et usikkerhetsspenn på ±20 % eller lavere, mens det finnes unntak der avvikene kan gå opp mot ±50 %. Dette er imidlertid av sjeldenhetene. I de fleste tilfellene er faktorene symmetriske eller svakt høyreskjeve.

[14] Utledning av trinnvisformlene faller utenfor omfanget av denne rapporten, men den interesserte leser henvises til for eksempel Drevland et al. (2005).

[15] Dersom man benytter 1/99-persentilene som inngangsverdier, blir trinnvisformlene for forventningsverdi og standardavvik henholdsvis $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{n}+2{,}95\mathrm{s}+\text{ø}}{4{,}95}$ og $\sigma = \frac{\text{ø}-\mathrm{n}}{4{,}6}$ (Drevland et al., 2005).

$$\sigma = \frac{ø - n}{2{,}53} \qquad (4.2)$$

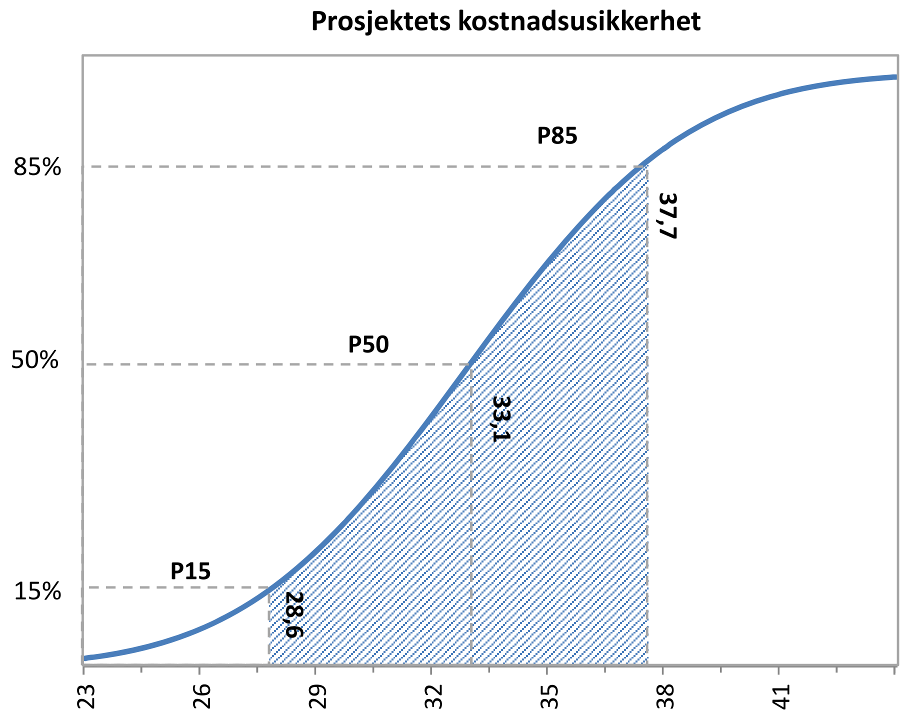
der E er forventningsverdien og σ er standardavviket. Trinnvisformlene slik de er presentert her representerer den beste tilpasning til Gammafunksjonen for α=10 (ibid). Imidlertid er feilen neglisjerbar for forventningsverdien ved valg av disse formlene sammenlignet med usikkerheten i inngangsparameterne (ibid).

Ved skjeve fordelinger kan bruk av likning 4.2 gi feil i standardavviket på opp mot flere prosent (ibid). Større skjevheter for enkelte kostnadselementer er også vanlig å finne i Forsvarets investeringsprosjekter. For eksempel er det ikke uvanlig at *best* og *sannsynlig* ligger relativt nær hverandre mens *verst* kan være mye høyere. I slike tilfeller vil et alternativt likningssett foreslått av Drevland et al. (2005) gi vesentlig bedre tilpasning til gammafordelingen, og kan enkelt implementeres om ønskelig. Forutsetningen for bruk av de modifiserte trinnvisformler er imidlertid fortsatt at kostnaden eller faktoren følger gammafordelingen, noe som ikke nødvendigvis er oppfylt for større skjevheter i trippelestimatet. Ettersom store skjevheter i trippelestimatet gjerne er ledsaget av andre fordelingsfunksjoner enn gammafordelingen, vil presisjonen forbli lav selv med modifiserte trinnvisformler. For forsvarsinvesteringer er det vanlig med stor prisusikkerhet og skjevfordeling i denne, særlig i prosjektets tidligfase. I disse tilfellene er vår erfaring at prosjektet er bedre tjent med å søke presisjon i inngangsdata enn nøyaktighet i forventningsverdien. Derfor er det i denne rapporten valgt kun å bruke de forenklede trinnvis-formlene (likning 4.1 og 4.2).

I kapittel 4.1 gjennomgås bruk av trinnvisformlene for utregning av et prosjekts totale styrings-ramme og usikkerhetsavsetning. Kapittel 4.2 viser metoder for å trekke ut usikkerhetsavsetningen fra en kostnadspost på underelementer og kapittel 4.3 gir et eksempel på hvordan hendelses-usikkerhet kan håndteres i analysen.

4.1 Utregning av prosjektets totale styrings- og kostnadsramme

Trinnvismetoden er metoden for å beregne prosjektets styrings- og kostnadsramme, og utføres som navnet tilsier i flere steg. Først beregnes kostnadspostenes forventningsverdi og varians ved hjelp av trinnvisformlene, deretter faktorpåvirkningen og til slutt produseres den såkalte S-kurven som viser prosjektets kostnadsusikkerhet (se figur 4.1). Eksempel 2 viser hvordan et prosjekts styrings- og kostnadsramme beregnes for hånd. Deretter presenteres metoden på generell form.



Figur 4.1 Eksempel på kumulativ sannsynlighet for et prosjekts totalkostnader.

Eksempel 2 – Bruk av trinnvisformlene til å beregne forventning og standardavvik

I dette tenkte materiellanskaffelsesprosjektet skal vi regne ut forventning og standardavvik for anskaffelse av våpenplattformen. Investeringskostnadene består av tre kostnadsposter: Hoved-investeringen, logistikkutstyr og utdanning. Det er valgt å bruke få kostnadsposter og faktorer i dette eksemplet. Tabell 4.1 viser trippelestimatene for kostnadspostene samt forventning og standardavvik regnet ut ved hjelp av trinnvisformlene, og tabell 4.2 viser faktorene. Trippelanslagene kan typisk ha fremkommet gjennom en gruppeprosess i prosjektet, der prosjektets grunnkalkyle har dannet utgangspunktet.

Kostnadspost	Best	Sannsynlig	Verst	E	σ
Hoved-investering	25 000	30 000	35 000	30 000	3 953
Logistikk-utstyr	900	1 000	1 200	1 041	119
Utdanning	650	900	1 300	962	257
Totalt uten faktorvirkning	26 550	31 900	37 500	32 003	3 963

Tabell 4.1 Kostnadsestimatenes trippelestimater, forventningsverdi og standardavvik for et tenkt investeringsprosjekt.

Faktor	Best	Sannsynlig	Verst	E	σ
Valuta	0,95	1,00	1,05	1,000	0,040
Bemanning	0,98	1,02	1,10	1,037	0,047

Tabell 4.2 Faktorenes trippelestimat, forventning og standardavvik for et tenkt investeringsprosjekt.

Forventningsverdiene og standardavvik i tabell 4.1 og 4.2 er beregnet ved hjelp av trinnvisformlene (likning 4.1 og 4.2). Det følgende eksempelet viser hvordan dette er gjort for hovedinvesteringen, der trippelanslaget er hentet fra tabell 4.1.

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{n}+0{,}42\mathrm{s}+\mathrm{ø}}{2{,}42} = \frac{25\ 000+0{,}42\cdot 30\ 000+35\ 000}{2{,}42} = 30\ 000$$

$$\sigma = \frac{\mathrm{ø}-\mathrm{n}}{2{,}53} = \frac{35\ 000-25\ 000}{2{,}53} = 3\ 953$$

Prosjektets forventning og standardavvik uten faktorvirkning er summert i tabell 4.1. Merk at mens forventningen summeres direkte (jf. likning 3.5), må man for standardavviket gå veien om variansen (jf. likning 3.8):

$$\begin{aligned}\mathrm{E}_{\text{Prosjekt u/faktor}} &= \mathrm{E}\left(\sum X_i\right) = \sum \mathrm{E}(X_i) \\ &= \mathrm{E}_{\text{Hovedinvestering}} + \mathrm{E}_{\text{Logistikkutstyr}} + \mathrm{E}_{\text{Utdanning}} \\ &= 30\ 000 + 1\ 041 + 962 = 32\ 003\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Prosjekt u/faktor}} &= \sqrt{\left(\textstyle\sum_{i=1}^{n} \sigma_{X_i}^2\right)} \\ &= \sqrt{\sigma_{\text{Hovedinvestering}}^2 + \sigma_{\text{Logistikkutstyr}}^2 + \sigma_{\text{Utdanning}}^2}\end{aligned}$$

$$= \sqrt{3953^2 + 119^2 + 257^2} = 3963$$

Til nå har vi beregnet forventning og standardavvik for prosjektet uten faktorvirkning. Faktorene er satt opp på relativ form, hvilket innebærer at faktorens forventning multiplisert med kostnads-elementet gir den nye forventningen til kostnadselementet inkludert faktorvirkning. Faktoren *Bemanning* har for eksempel en forventningsverdi lik 1,037, hvilket innebærer at kostnads-elementene den virker på øker forventningen med 1,037 eller 3,7 %.

Faktormatrise	Valuta	Bemanning
Hovedinvestering	1	1
Logistikkutstyr		1
Utdanning		

Tabell 4.3 Faktormatrise.[16]

Det tenkte prosjektet har i tillegg til å vurdere faktorenes trippelanslag også vurdert hvilke kostnadselementer de virker på. Dette er vist i tabell 3.3 som er en faktormatrise på binomisk form. Dette innebærer at et ett-tall angir om faktoren virker på de korresponderende kostnadselementene. Ettersom faktorene er satt opp på relativ form, vil deres netto effekt være gitt av faktorens forventning minus én, multiplisert med kostnadselementene den virker på. For eksempel virker faktoren *Bemanning* på både *hovedinvestering* og *logistikkutstyr*, med en forventning lik 1,037 (fra tabell 4.2). Fra tabell 4.1 finner vi forventningene til disse kostnadselementene, og kan nå finne faktorens nettovirkning på forventningen

$$\mathrm{E}_{\text{Netto Bemanning}} = \left(\mathrm{E}_{\text{Bemanning}} - 1\right) \cdot \left(\mathrm{E}_{\text{Hovedinvestering}} + \mathrm{E}_{\text{Logistikkutstyr}}\right)$$
$$= (1{,}037 - 1) \cdot (30\ 000 + 1\ 041) = 1\ 147$$

Faktorens bidrag til prosjektets forventede kostnad blir altså 1 147.

Likeledes gir faktorens standardavvik et bidrag til usikkerheten for de kostnadselementer den virker på som er lik faktorens standardavvik (som er på relativ form) multiplisert med kostnadselementets forventning etter at faktorvirkningen er tatt hensyn til. Det er verdt å merke seg at faktorvirkningen på kostnadselementet altså tas hensyn til før standardavviket beregnes, for at faktorens forventning skal tas hensyn til før usikkerheten spennes opp. For faktoren *bemanning*, blir bidraget til prosjektets usikkerhet

[16] Merk at faktoren Bemanning i tabell 4.2 virker likt på begge kostnadselementene *Hovedinvestering* og *Logistikkutstyr*. I praksis er det ofte tilfellet at en faktor ikke virker helt likt på begge kostnadselementene, men behandles likevel som faktor for å ta hensyn til korrelasjon. Faktorens trippelestimat avledes da gjerne basert på virkningen den har på hvert kostnadselement, dividert med kostnadselementene den virker på. Hvis for eksempel faktoren *Bemanning* i beste fall kan redusere kostnaden for hovedinvesteringen med 450 og logistikkutstyr med 170, vil faktorens *best*-verdi være (1-(450+170)/(30000+1000) = 0,98.

$$\sigma_{\text{Netto Bemanning}} = \sigma_{\text{Bemanning}} \cdot E_{\text{Bemanning}} \cdot \left(E_{\text{Hovedinvestering}} + E_{\text{Logistikkutstyr}}\right)$$
$$= \left(\frac{1{,}10-0{,}98}{2{,}53}\right) \cdot \left(\frac{0{,}98+0{,}42\cdot 1{,}02+1{,}10}{2{,}42}\right) \cdot (30\ 000 + 1\ 041) = 1526$$

I tabell 4.4 oppsummerer prosjektets forventede kostnader og tilhørende usikkerhet, der alle forventninger og standardavvik er beregnet etter samme metode som vist i utregningene ovenfor. Merk at mens den totale forventningen er summen av de overstående, er standardavviket totalt summert ved hjelp av likning 3.8

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{\sum \sigma_i^2} = \sqrt{3953^2 + 119^2 + 257^2 + 1186^2 + 1526^2} = 4409$$

Kostnadspost	**E**	**σ**
Hovedinvestering	30 000	3 953
Logistikkutstyr	1 041	119
Utdanning	962	257
Faktor		
Valuta	0	1 186
Bemanning	1 134	1 526
Totalt	***33137***	***4 409***

Tabell 4.4 Prosjektets forventede kostnader og usikkerhet.

4.2 Trinnvismetoden på generell form

I det følgende presenteres metoden på generell form, i et kompakt formelverk som enkelt kan implementeres i et dataverktøy. Imidlertid kan den kompakte formen oppleves som krevende for leseren, og det anbefales derfor å gjennomgå eksempel 2 i kapittel 4.1 grundig som forberedelse. Videre er metoden som helhet illustrert i eksempel 3, der utregningene er gjennomført på matriseform. Vedlegg B viser hvordan metoden kan implementeres i Microsoft Excel, og er ment å være tilstrekkelig utfyllende til at nye brukere kan etablere modellen på bakgrunn av vedlegget alene. Således kan også oppsett av modellen basert på vedlegg B gi leseren god forståelse for modellen.

Utgangspunktet for beregningene er at det eksisterer trippelestimater for kostnadspostene og faktorene samt en faktormatrise som angir hvilke faktorer hvert kostnadselement virker på. Trinnvisformlene benyttes innledningsvis til å finne forventningen og standardavviket til hvert kostnadselement. Først regnes forventningen til alle kostnadselementene.

La $\mathbf{T} = [\mathrm{t}_{ij}]$ være matrisen med trippelestimater for alle kostnadselementer fra usikkerhets-analysen, for alle i kostnadselementer og j $\in$ {nedre, sannsynlig, øvre}. La videre **a** = [a_j] være kolonnevektoren som uttrykker trinnvisformelen til forventningen, slik at

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}42 \\ 1 \end{bmatrix} / 2{,}42 \qquad (4.3)$$

Da blir

$$\mathbf{Ta} = [\mathrm{t}_{ij}][\mathrm{a}_j] = [\mathrm{k}_i] = \mathbf{k} \qquad (4.4)$$

Der **k** er kolonnevektoren bestående av forventningene (k_1, k_2,…, k_j) til kostnadselementene uten faktorusikkerhet. Neste skritt er å beregne standardavviket for alle kostnadselementene.

På tilsvarende måte som over, la **b** = [b_j] være kolonnevektoren som uttrykker trinnvisformelen til standardavviket slik at

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} / 2{,}53 \qquad (4.5)$$

Da blir

$$\mathbf{Tb} = [\mathrm{t}_{ij}][\mathrm{b}_j] = [\sigma_i] = \boldsymbol{\sigma} \qquad (4.6)$$

Der **σ** er vektoren bestående av standardavvikene (σ_1, σ_2,…, σ_i) til kostnadselementene uten faktorusikkerhet. Variansen til hvert kostnadselement er så standardavviket kvadrert (jf. likning 3.8). Følgelig vil kostnadselementenes individuelle varians være gitt av vektoren [σ_i^2], og ettersom det er antatt statistisk uavhengighet for kostnadselementene vil den totale varians være $\sum \sigma_i{}^2$ eller skalarproduktet $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}$.

Deretter beregnes prosjektets totale forventningsverdi og varians uten faktorpåvirkning. Fra kapittel 3.1 har vi at forventning og varians for summen av uavhengige variabler er gitt ved summasjon $(E(\sum X_i) = \sum E(X_i)$ og $Var(\sum X_i) = \sum Var(X_i))$. Forventningen $E_{\text{prosjekt u/faktor}}$ og variansen $\sigma^2_{\text{prosjekt u/faktor}}$ til prosjektets totalkostnad uten faktorusikkerhet vil således være summen forventning og varians for hvert kostnadselement, altså:

$$\mathrm{E}_{\text{prosjekt u/faktor}} = \sum \mathrm{k}_i \qquad (4.7)$$

og

$$\sigma^2_{\text{prosjekt u/faktor}} = \sum \sigma_i{}^2 = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma} \qquad (4.8)$$

Eventuelle delsummer beregnes etter samme prinsipp.

Det neste trinnet er å beregne effekten av faktorpåvirkningen, og legge denne til prosjektets totale forventing og varians uten faktorpåvirking. Beregning av faktorpåvirkningen tar også utgangspunkt i trinnvisformlene, der forventningene og variansen til hvert trippelestimat for faktorene regnes ut.

La $\mathbf{F} = [f_{kj}]$ være matrisen med trippelestimater for alle faktorene fra usikkerhetsanalysen, for alle faktorer der $j \in \{\text{nedre, sannsynlig, øvre}\}$. La videre **a** og **b** være kolonnevektorene som uttrykker trinnvisformelen til forventningen og standardavviket, som over. Da blir

$$\mathbf{Fa} = [f_{kj}][a_j] = h_k = \mathbf{h} \tag{4.9}$$

Der **h** er kolonnevektoren bestående av forventningene ($h_1, h_2, \ldots, h_k$) til faktorene, og

$$\mathbf{Fb} = [f_{kj}][b_j] = [l_k] = \mathbf{l} \tag{4.10}$$

der **l** er kolonnevektoren bestående av standardavvikene ($l_1, l_2, \ldots, l_k$) til faktorene. Faktorenes individuelle varians er gitt av vektoren $[l_k^2]$. Ettersom faktorene vanligvis behandles på relativ form, innebærer en faktor lik 1 ingen påvirkning. Faktorens netto påvirkning på et kostnadselement er derfor (h_k-1)[17] for forventningen og l_k for standardavviket. Vektoren $\mathbf{h}^* = [h_k - 1]$ benyttes videre for å uttrykke faktorenes forventede nettopåvirkning.

Faktorene påvirker én eller flere kostnadselementer, og det er hensiktsmessig å angi disse i en egen matrise. La denne matrisen være $\mathbf{U} = [u_{ik}]$, der det angis binomisk ($u_{ik} \in \{0,1\}$) om faktoren k påvirker kostnadselement i.

Faktorenes netto påvirkning på forventningen regnes så ut gjennom et matriseprodukt, der kostnadselementenes forventning ($\mathbf{k}^T$)[18] først multipliseres med matrisen som angir hvilke kostnadselementer hver faktor virker på (**U**), for å finne den totale forventede summen hver faktor virker på. Den gjenstående radvektoren har da som sine elementer summene som hver faktor virker på, og denne multipliseres med faktorenes netto påvirkning $\mathbf{h}^*$, for å få faktorenes netto påvirkning på den totale forventningen. Dette kan skrives som

$$E_{\text{faktor}} = \mathbf{k}^T\mathbf{U}\mathbf{h}^* = [k_i]^T[u_{ik}][h_k - 1] \tag{4.11}$$

Faktorenes varians regnes ut gjennom flere steg. Først finner man summen hver faktor skal virke på, inneholdt i vektoren gitt ved matriseproduktet $\mathbf{k}^T\mathbf{U}$. Den resulterende vektoren multipliseres elementvis med faktorenes forventning (**h**) for å finne kostnadselementenes forventning med faktorvirkning. Dette gjøres da faktorenes forventning kan endre kostnadselementenes forventning, og det er denne nye forventningen standardavviket til hver faktor spenner om. Den nye forventningen er gitt ved vektoren $\mathbf{h} \circ \mathbf{U}^T\mathbf{k}$,[19] der elementene er summen av kostnadselementer hver faktor skal virke på multiplisert med faktorens forventning. Deretter multipliseres faktorens standardavvik inn (**l**), som er på relativ form, for å få faktorenes bidrag til standardavviket. Dette er gitt ved $\mathbf{l} \circ (\mathbf{h} \circ \mathbf{U}^T\mathbf{k})$, som er en vektor der hvert element inneholder bidraget til standardavviket fra hver enkelt faktor. Det totale faktorbidraget til prosjektets varians

[17] En faktor med forventningsverdi lik for eksempel 1,037, vil gi en netto påvirkning lik 3,7 % på de kostnadselementene den påvirker

[18] Det er vektoren **k** transponert ($\mathbf{k}^T$) som multipliseres med **U**

[19] Hvor ∘-operatoren er Hadamard-produktet (elementvis multiplikasjon)

fås ved å ta roten av kvadratsummen av disse, jf. likning 3.8. Regneteknisk gjøres dette ved å ta absoluttverdien av vektoren, hvilket gir

$$\sigma_{\mathrm{faktor}} = \left|\mathbf{l} \circ (\mathbf{h} \circ \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{k})\right| = |[\mathrm{l_k}] \circ [\mathrm{h_k}]([\mathrm{u_{ki}}][\mathrm{k_i}])| \tag{4.12}$$

Det er verdt å merke seg at vi med denne metoden kun tar med faktorenes førsteordens påvirkning og faktorene virker dermed ikke på hverandre, som diskutert i kapittel 3.5.

Prosjektets totale forventning E_{prosjekt} og standardavvik $\sigma_{\mathrm{prosjekt}}$ blir dermed

$$E_{\mathrm{prosjekt}} = E_{\mathrm{prosjekt\ u/faktor}} + E_{\mathrm{faktor}} \tag{4.13}$$

$$\sigma_{\mathrm{prosjekt}} = \sqrt{\sigma^2{}_{\mathrm{prosjekt\ u/faktor}} + \sigma^2{}_{\mathrm{faktor}}} \tag{4.14}$$

Eksempel 3 – Bruk av metoden for å beregne forventning og standardavvik for våpenplattformen i eksempel 2

Her beregnes investeringskostnadens forventning og standardavvik for investeringsprosjektet som ble brukt som illustrasjon i eksempel 2, basert på metoden beskrevet ovenfor. Fra tabell 4.1 fylles matrisen **T** med kostnadspostenes trippelestimater, fra tabell 4.2 fylles matrisen **F** med trippelestimatene for faktorene og fra tabell 4.3 fylles matrisen **U** med verdier for å angi hvilke kostnadselementer hver faktor virker på.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 25000 & 30000 & 35000 \\ 900 & 1000 & 1200 \\ 650 & 900 & 1300 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0{,}95 & 1{,}00 & 1{,}05 \\ 0{,}98 & 1{,}02 & 1{,}10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrisen **T** består nå av én rad for hver av kostnadspostene *hovedinvestering*, *logistikkutstyr* og *utdanning*, der kolonnene angir anslagene for *best*, *sannsynlig* og *verst*. Matrisen **F** inneholder tilsvarende én rad for hver av de to faktorene *valuta* og *bemanning*, med kolonner for *best*, *sannsynlig* og *verst*. Første kolonnen i matrisen **U** angir hvilke av de tre kostnadselementene *hovedinvestering*, *logistikkutstyr* og *utdanning* den første faktoren, *valuta*, virker på. Den andre kolonnen angir tilsvarende for faktoren *bemanning*.

Første trinn er å beregne kostnadselementenes forventning og standardavvik ved hjelp av likning 4.4 og 4.6.

$$\mathbf{k} = \mathbf{Ta} = \begin{bmatrix} 25000 & 30000 & 35000 \\ 900 & 1000 & 1200 \\ 650 & 900 & 1300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}42 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}42 = \begin{bmatrix} 30000 \\ 1041 \\ 962 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{Tb} = \begin{bmatrix} 25000 & 30000 & 35000 \\ 900 & 1000 & 1200 \\ 650 & 900 & 1300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}53 = \begin{bmatrix} 3953 \\ 119 \\ 257 \end{bmatrix}$$

Radene i vektorene $\mathbf{k}$ og $\boldsymbol{\sigma}$ inneholder henholdsvis forventningen og standardavviket til kostnadselementene *hovedinvestering*, *logistikkutstyr* og *utdanning* uten faktorvirkning. Prosjektets forventning og standardavvik uten faktorvirkning kan nå beregnes ved hjelp av likning 4.7 og 4.8.

$$\mathrm{E}_{\text{prosjekt u/faktor}} = \sum \mathrm{k_i} = 30000 + 1041 + 962 = 32003$$

$$\sigma^2{}_{\text{prosjekt u/faktor}} = \sum \sigma_\mathrm{i}{}^2 = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

$$\sigma_{\text{prosjekt u/faktor}} = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}} = \sqrt{\begin{bmatrix} 3953 \\ 119 \\ 257 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3953 \\ 119 \\ 257 \end{bmatrix}} = 3963$$

Det neste trinnet er å beregne virkningen av faktorene og legge denne til for å få prosjektets totale forventning og standardavvik. Faktorenes forventning og standardavvik regnes ut ved hjelp av likning 4.9 og 4.10

$$\mathbf{h} = \mathbf{Fa} = \begin{bmatrix} 0{,}95 & 1{,}00 & 1{,}05 \\ 0{,}98 & 1{,}02 & 1{,}10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}42 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}42 = \begin{bmatrix} 1{,}000 \\ 1{,}037 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{Fb} = \begin{bmatrix} 0{,}95 & 1{,}00 & 1{,}05 \\ 0{,}98 & 1{,}02 & 1{,}10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}53 = \begin{bmatrix} 0{,}040 \\ 0{,}047 \end{bmatrix}$$

Vi beregner så tillegget faktorene bidrar med til forventningen, gitt av likning 4.11. Utregningene skrives ut med mellomregninger. Kostnadspostenes forventning multipliseres først med matrisen som angir hvilke faktorer som virker på dem, for å få summen hver faktor skal virke på.

$$\mathrm{E}_{\text{faktor}} = \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}\mathbf{h}^* = \begin{bmatrix} 30000 \\ 1041 \\ 962 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{h}^* = [30000 \quad 31041]\mathbf{h}^*$$

Fra tabell 4.3 fremgår det at faktoren *valuta* skal virke på *hovedinvestering* og faktoren *bemanning* skal virke på både *hovedinvestering* og *logistikkutstyr*. Vi ser at det er disse summene som nå er beregnet, multipliseres så med faktorenes netto påvirkning.

$$\mathrm{E}_{\text{faktor}} = [30000 \quad 31041]\mathbf{h}^* = [30000 \quad 31041]\left(\mathbf{h} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$$

$$= [30000 \quad 31041]\left(\begin{bmatrix}1{,}000\\1{,}037\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}\right)$$
$$= [30000 \quad 31041]\begin{bmatrix}0{,}000\\0{,}037\end{bmatrix} = 1134$$

Ettersom det kun er faktoren *bemanning* som bidrar til forventningen, kjenner vi igjen tallet 1134 fra eksempel 2 som denne faktorens bidrag til forventningen. Vi beregner deretter faktorenes bidrag til standardavviket, gitt ved likning 4.12. Utregningene skrives ut med mellomregninger. Kostnadspostenes forventning multipliseres først med matrisen som angir hvilke faktorer som virker på dem, for å få summen hver faktor skal virke på.

$$\sigma_{\text{faktor}} = \left|\mathbf{l} \circ (\mathbf{h} \circ \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{k})\right| = \left|\mathbf{l} \circ \left(\mathbf{h} \circ \begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix}30000\\1041\\962\end{bmatrix}\right)\right| = \left|\mathbf{l} \circ \left(\mathbf{h} \circ \begin{bmatrix}30000\\31041\end{bmatrix}\right)\right|$$

Neste trinn er elementvis multiplikasjon av faktorenes forventning for å finne forventningen av kostnadspostene inkludert faktorvirkning.

$$\sigma_{\text{faktor}} = \left|\mathbf{l} \circ \left(\mathbf{h} \circ \begin{bmatrix}30000\\31041\end{bmatrix}\right)\right| = \left|\mathbf{l} \circ \left(\begin{bmatrix}1{,}000\\1{,}037\end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix}30000\\31041\end{bmatrix}\right)\right| = \left|\mathbf{l} \circ \begin{bmatrix}30000\\32175\end{bmatrix}\right|$$

Ettersom faktorenes standardavvik er på relativ form, vil produktet med summen av kostnadsposter faktoren virker på, gi hver faktors bidrag til standardavviket.

$$\sigma_{\text{faktor}} = \left|\mathbf{l} \circ \begin{bmatrix}30000\\32175\end{bmatrix}\right| = \left|\begin{bmatrix}0{,}040\\0{,}047\end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix}30000\\32175\end{bmatrix}\right| = \left|\begin{bmatrix}1186\\1526\end{bmatrix}\right|$$

Den det totale bidraget til standardavviket fra faktorene fås ved å summere bidraget fra hver faktor, basert på likning 3.8 $\left(\sigma_{total} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \sigma_{X_i}^2\right)}\right)$. Vi gjenkjenner at dette innebærer å ta absoluttverdien av vektoren med de individuelle faktorbidragene

$$\sigma_{\text{faktor}} = \left|\begin{bmatrix}1186\\1521\end{bmatrix}\right| = \sqrt{1186^2 + 1526^2} = 1933$$

Prosjektets totale forventning og standardavvik er nå gitt ved å legge faktorbidraget til estimatene for kostnadspostene, gitt ved likning 4.13 og 4.14

$$\mathrm{E}_{\text{prosjekt}} = \mathrm{E}_{\text{prosjekt u/faktor}} + \mathrm{E}_{\text{faktor}} = 32003 + 1026 = 33137$$

$$\sigma_{\text{prosjekt}} = \sqrt{\sigma^2{}_{\text{prosjekt u/faktor}} + \sigma^2{}_{\text{faktor}}} = \sqrt{3963^2 + 1933^2} = 4409$$

Prosjektets totale forventningsverdi og standardavvik inkludert faktorusikkerhet er følgelig henholdsvis 33137 og 4409.

4.3 Beregning av persentilene og S-kurve

I kapittel 4.2 viste vi hvordan trinnvismetoden kan brukes for å finne et prosjekts forventede kostnad og usikkerhet. Disse parameterne brukes videre for å bestemme prosjektets persentiler, for eksempel P85 som danner grunnlaget for kostnadsrammen, og S-kurven.

Ettersom det er antatt oppfyllelse av sentralgrenseteoremet, vil prosjektets kostnad være normalfordelt med P50 lik forventningsverdien $E_{prosjekt}$ og standardavviket $\sigma_{prosjekt}$. Dersom X er prosjektets kostnadsvariabel, og denne er normalfordelt med kumulativ tetthetsfunksjon $F(X)$, vil man finne P15 og P85 som $F^{-1}(0,15)$ og $F^{-1}(0,85)$, der $F^{-1}(p)$ er inversfunksjonen til $F(X)$. Variabelen $Z = \frac{X - E_{prosjekt}}{\sigma_{prosjekt}}$ er dermed såkalt standard normalfordelt, altså med forventningsverdi lik null og standardavvik lik 1 (Løvås, s180). La sannsynlighetstettheten til Z være $\phi(Z)$ og den tilsvarende kumulative fordelingen $\Phi(Z)$. P-persentilen z_p defineres som sannsynligheten p for at Z er mindre eller lik p-persentilen z_p

$$P(Z \leq z_p) = p \tag{4.14}$$

Innsatt for Z og ved å gjenkjenne at persentilen i en fordeling er gitt ved $z_p = \Phi^{-1}(p)$, får vi

$$P\left(\frac{X - \mathrm{E}_{\mathrm{prosjekt}}}{\sigma_{\mathrm{prosjekt}}} \leq \Phi^{-1}(p)\right) = p \tag{4.15}$$

som gir

$$P\left(X \leq \mathrm{E}_{\mathrm{prosjekt}} + \sigma_{\mathrm{prosjekt}} \cdot \Phi^{-1}(p)\right) = p \tag{4.16}$$

Vi gjenkjenner da høyre side i ulikheten som p-persentilen til prosjektets kostnadsvariabel X

$$P(X \leq F^{-1}(p)) = p \tag{4.17}$$

Vi ser nå at prosjektets persentiler generelt kan uttrykkes ved

$$F^{-1}(p) = \mathrm{E}_{\mathrm{prosjekt}} + \sigma_{\mathrm{prosjekt}} \cdot \Phi^{-1}(p) \tag{4.18}$$

Persentilene til standardnormalfordelingen $z_p = \Phi^{-1}(p)$ oppgis i formelsamlinger. Dataverktøy som Microsoft Excel har også funksjonen $\Phi^{-1}(p)$ innebygget. For Forsvaret er det 15-, 50- og 85-prosentilene som er aktuelle å bruke, og for disse er z_p henholdsvis -1,04, 0 og 1,04 (Rice, ob.cit.). Prosjektets S-kurve fås nå ved å plotte p mot $F^{-1}(p)$.

Eksempel 4 – beregning av et prosjekts P15, P50 og P85
Som utgangspunkt for beregning av et prosjekts P15, P50 og P85 benyttes investeringsprosjektet i eksempel 2 og 3. Basert på funnene i eksempel 3 og likning 4.18 kan vi beregne prosjektets P15, P50 og P85. Innsatt for prosjektets totale forventning og standardavvik inkludert faktorvirkning i likning 4.18 får vi

$$F^{-1}(p) = \mathrm{E}_{\text{prosjekt}} + \sigma_{\text{prosjekt}} \cdot \Phi^{-1}(p) = 33137 + 4409 \cdot \Phi^{-1}(p)$$

Ovenfor hadde vi at $z_p = \Phi^{-1}(p)$ og at z_p er lik -1,04, 0 og 1,04 for henholdsvis P15, P50 og P85. Innsatt i likningen over gir dette

$$\text{P15} = F^{-1}(15) = 33137 + 4409 \cdot \Phi^{-1}(15) = 33137 + 4409 \cdot (-1{,}04) = 28552$$
$$\text{P50} = F^{-1}(50) = 33137 + 4409 \cdot \Phi^{-1}(50) = 33137 + 4409 \cdot 0 = 33137$$
$$\text{P85} = F^{-1}(85) = 33137 + 4409 \cdot \Phi^{-1}(85) = 33137 + 4409 \cdot 1{,}04 = 37722$$

Våpenplattformens P15, P50 og P85 er altså henholdsvis 28 552, 33 137 og 37 722. Prosjektets S-kurve ble brukt som illustrasjon i kapittel 4.1 er beregnet etter samme prinsipp, se figur 4.1.

4.4 Utregning av P50 og varians for et enkelt kostnadselement med trinnvismetoden

Utregning av prosjektets totale forventning E_{prosjekt} og standardavvik σ_{prosjekt} er vist i kapittel 4.1. Samme metode kan benyttes for å finne ett enkelt kostnadselements forventning og standard-avvik, ved å behandle usikkerhetsanalysen som om den består av kun ett kostnadselement. Denne tilnærmingen er nyttig når usikkerheten for en kostnadspost skal fordeles på underelementer eller når P50-kontantstrømmen skal identifiseres.

Vi bruker samme notasjon her som under kapittel 4.1, og finner den totale forventningen og standardavviket ved å legge sammen verdiene for kostnadselementet uten faktorpåvirkning med effekten av faktorpåvirkningen. Som for den generelle metoden beskrevet i kapittel 4.2, vil vi i det følgende finne forventningen og variansen til K gjennom følgende relasjoner.

$$\text{P50}_{\text{K}} = \text{E}_{\text{K}} = \text{E}_{\text{K u/faktor}} + \text{E}_{\text{K faktor}} \tag{4.19}$$

$$\sigma_{\text{K}} = \sqrt{\sigma^2{}_{\text{K u/faktor}} + \sigma^2{}_{\text{K faktor}}} \tag{4.20}$$

Vi begynner med å finne kostnadselementets forventning og varians uten faktorpåvirkning. La kostnadselementet K ha et trippelestimat $\mathbf{t} = [t_j]$ for j $\in$ {nedre, sannsynlig, øvre}. Kolonne-vektorene $\mathbf{a} = [a_j]$ og $\mathbf{b} = [b_j]$ uttrykker trinnvisformlene som beskrevet i kapittel 4.2.

Basert på fremgangsmåten i kapittel 4.2, blir kostnadselementets forventning og varians uten å ta hensyn til faktorpåvirkningen følgende:

$$E_{K\,\mathrm{u/faktor}} = \mathbf{ta} \tag{4.21}$$

$$\sigma_{K\,\mathrm{u/faktor}} = \mathbf{tb} \tag{4.22}$$

I kapittel 4.2 er matrisen U_{ik} definert, og uttrykker binomisk hvilken faktor k som virker på kostnadselement i. La radvektoren U_K være raden i matrisen U_{ik} som angir faktorpåvirkningen på kostnadselementet K (se figur 4.2). Som i kapittel 4.2 er $\mathbf{h}^*$ og $\mathbf{l}$ kolonnevektorene som angir faktorenes netto påvirkningsfaktor på henholdsvis forventningen og standardavviket.

$$\begin{array}{rcl}
 & \text{Faktor} & \text{Virker på} \\
 & \begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array} & \text{kostnadspost} \\
\mathbf{U} = & \begin{bmatrix}
1&1&0&0&1&1\\
0&1&0&1&0&1\\
1&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&0\\
0&1&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1\\
0&1&0&1&0&1\\
0&0&1&0&0&0
\end{bmatrix} & \begin{array}{c}\mathrm{K1}\\ \mathrm{K2}\\ \mathrm{K3}\\ \mathrm{K4}\\ \boxed{\mathrm{K5}}\\ \mathrm{K6}\\ \mathrm{K7}\\ \mathrm{K8}\\ \mathrm{K9}\end{array}
\end{array}$$

Figur 4.2 Faktormatrisen U_{ik} som viser hvilke faktorer som påvirker hvilke kostnadsposter. Her er kostnadspost K5 uthevet som kostnadsposten K, og som figuren viser påvirkes K av faktorene 2, 4 og 6.

Produktet $\mathbf{U_K h}^*$ summerer dermed netto virkning av faktorene på kostnadselementets forventning, og ettersom disse virker multiplikativt på *forventningen til K uten faktorpåvirkning* ($E_{K\,\mathrm{u/faktor}}$), blir faktorenes bidrag til forventningen.

$$E_{K\,\mathrm{faktor}} = \mathbf{U_K h}^* E_{K\,\mathrm{u/faktor}} \tag{4.23}$$

Som innsatt for $E_{K\,\mathrm{u/faktor}}$ (likning 4.21) blir

$$E_{K\,\mathrm{faktor}} = \mathbf{U_K h}^* \mathbf{ta} \tag{4.24}$$

Kostnadselementets forventing inkludert faktorpåvirkningen (E_K) er gitt ved summen av kostnadselementets forventing uten faktorvirkning og faktorvirkningen

$$E_K = E_{K\,\mathrm{u/faktor}} + E_{K\,\mathrm{faktor}} \tag{4.25}$$

Innsatt for $\mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}$ og $\mathrm{E}_{\mathrm{K\,faktor}}$ i likning 4.25, kan forventningen til kostnadselementet nå uttrykkes som

$$\mathrm{E}_{\mathrm{K}} = (1 + \mathbf{U_K h}^*)(\mathbf{ta}) \tag{4.26}$$

Tilsvarende kan faktorbidraget til kostnadselementets standardavvik regnes ut. Vektoren $\mathbf{l}$ har som sine elementer faktorenes standardavvik, og Hadamard-produktet $\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^{\mathbf{T}}$ gir en ny vektor hvis elementer er null for de faktorene som ikke påvirker kostnadselementet K, og faktorenes standardavvik ellers. Vektoren $\mathbf{h} \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}$ har som sine elementer faktorenes forventning multiplisert med kostnadselementets forventning uten faktorpåvirkning. Følgelig kan man se på hvert av denne vektorens elementer som kostnadselementets nye forventning, dersom faktoren fikk virke på den. Elementene i $\mathbf{h} \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}$ danner nå utgangspunktet for beregning av kostnadselementets standardavvik, og gjennom elementvis multiplikasjon med hver faktors standardavvik ($\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^{\mathbf{T}}$), fås vektoren der hvert element inneholder bidraget fra hver faktor til kostnadselementets standardavvik ($\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^{\mathbf{T}} \circ \mathbf{h} \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}$). Ettersom variansen er additiv benyttes absoluttverdien for å finne det samlede bidraget til standardavviket fra faktorene, noe som gir

$$\sigma_{\mathrm{K\,faktor}} = \left|\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^{\mathbf{T}} \circ \mathbf{h} \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}\right| = \left|\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^{\mathbf{T}} \circ \mathbf{h} \cdot \mathbf{ta}\right| \tag{4.27}$$

Kostnadselementets totale standardavvik σ_{K} er så gitt ved kostnadselementets standardavvik uten faktorvirkning og faktorvirkningen.

$$\sigma_{\mathrm{K}} = \sqrt{\sigma^2_{\mathrm{K\,u/faktor}} + \sigma^2_{\mathrm{K\,faktor}}} \tag{4.28}$$

og

$$\sigma_{\mathrm{K}} = \sqrt{(\mathbf{tb})^2 + \left(\left|\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^{\mathbf{T}} \circ \mathbf{h} \cdot \mathbf{ta}\right|\right)^2} \tag{4.29}$$

Persentilene til kostnadselementet finner man så gjennom likning 4.18 (kapittel 4.3), som innsatt for P85 ($\Phi^{-1}(85) \approx 1{,}04$) reduseres til

$$P85_{\mathrm{K}} = \mathrm{P50}_{\mathrm{K}} + \sigma_{\mathrm{K}} \cdot \Phi^{-1}(85) \approx \mathrm{P50}_{\mathrm{K}} + \sigma_{\mathrm{K}} \cdot 1{,}04 \tag{4.30}$$

Eksempel 5 – Utregning av forventning (P50) og varians for et enkelt kostnadselement med trinnvismetoden

Våpeninvesteringen fra eksempel 2 benyttes videre når vi ser på utregning av P50 og varians for et enkelt kostnadselement, i dette tilfellet *hovedinvestering*. Trippelestimatet for kostnadspostene og faktorene er som i eksempel 3

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 25000 & 30000 & 35000 \\ 900 & 1000 & 1200 \\ 650 & 900 & 1300 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0{,}95 & 1{,}00 & 1{,}05 \\ 0{,}98 & 1{,}02 & 1{,}10 \end{bmatrix}$$

Trippelestimatet **t** for *hovedinvestering* er angitt i første rad i matrisen **T**

$$\mathbf{t} = [25000 \quad 30000 \quad 35000]$$

Faktormatrisen **U** er som i eksempel 3

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vektoren $\mathbf{U_K}$ angir hvilke faktorer som påvirker *hovedinvestering*, og er angitt i første rad av matrisen **U**

$$\mathbf{U_K} = [1 \quad 1]$$

Ved hjelp av likning 4.21 og 4.22 beregnes først hovedinvesteringens forventning og standardavvik uten faktorvirkning

$$\mathrm{E_{K\,u/faktor}} = \mathbf{ta} = [25000 \quad 30000 \quad 35000] \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}42 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}42 = 30000$$

$$\sigma_{\mathrm{K\,u/faktor}} = \mathbf{tb} = [25000 \quad 30000 \quad 35000] \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}53 = 3953$$

Neste trinn er å finne faktorenes bidrag til forventningen og standardavviket. Faktorenes forventning og varians regnes ut ved hjelp av likning 4.9 og 4.10

$$\mathbf{h} = \mathbf{Fa} = \begin{bmatrix} 0{,}95 & 1{,}00 & 1{,}05 \\ 0{,}98 & 1{,}02 & 1{,}10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}42 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}42 = \begin{bmatrix} 1{,}000 \\ 1{,}037 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{l} = \mathbf{Fb} = \begin{bmatrix} 0{,}95 & 1{,}00 & 1{,}05 \\ 0{,}98 & 1{,}02 & 1{,}10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} /2{,}53 = \begin{bmatrix} 0{,}040 \\ 0{,}047 \end{bmatrix}$$

Faktorenes bidrag til forventningen er gitt av likning 4.23, der vektorproduktet $\mathbf{U_K h^*}$ summerer faktorenes netto påvirkning på kostnadselementet forventning uten faktorvirkning.

$$\mathrm{E_{K\,faktor}} = \mathbf{U_K h^*} \mathrm{E_{K\,u/faktor}} = [1 \quad 1] \left(\mathbf{h} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \mathrm{E_{K\,u/faktor}}$$

$$= [1 \quad 1]\left(\begin{bmatrix}1{,}000\\1{,}037\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}\right) \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}} = 0{,}037 \cdot 30000$$
$$= 1096$$

Og kostnadselementets forventing inkludert faktorpåvirkningen E_K er gitt ved summen av kostnadselementets forventing uten faktorvirkning og faktorvirkningen (likning 4.25)

$$\mathrm{E}_\mathrm{K} = \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}} + \mathrm{E}_{\mathrm{K\,faktor}} = 30000 + 1096 = 31096$$

Tilsvarende er faktorbidraget til standardavviket gitt ved likning 4.27, der Hadamard-produktet $\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^\mathbf{T}$ er vektoren hvis elementer angir standardavviket for de faktorene som virker på kostnadselementet.

$$\sigma_{\mathrm{K\,faktor}} = \left|\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^\mathbf{T} \circ \mathbf{h} \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}\right| = \left|\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^\mathbf{T} \circ \mathbf{h} \cdot \mathbf{ta}\right|$$
$$= \left|\mathbf{l} \circ \mathbf{U_K}^\mathbf{T} \circ \mathbf{h} \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}\right| = \left|\begin{bmatrix}0{,}040\\0{,}047\end{bmatrix}[1 \quad 1]^\mathrm{T} \circ \mathbf{h}\right| \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}$$
$$= \left|\begin{bmatrix}0{,}040\\0{,}047\end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix}1{,}000\\1{,}037\end{bmatrix}\right| \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}} = \left|\begin{bmatrix}0{,}040\\0{,}049\end{bmatrix}\right| \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}$$
$$= \sqrt{0{,}040^2 + 0{,}049^2} \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}} = 0{,}063 \cdot \mathrm{E}_{\mathrm{K\,u/faktor}}$$
$$= 0{,}063 \cdot 30000 = 1892$$

Det samlede standardavviket fås nå ved å legge sammen variansen for kostnadselementet uten faktorvirkning med den fra faktorvirkningen (jf. likning 4.28)

$$\sigma_\mathrm{K} = \sqrt{\sigma^2_{\mathrm{K\,faktor}} + \sigma^2_{\mathrm{K\,u/faktor}}} = \sqrt{1892^2 + 3953^2} = 4382$$

4.5 Uttrekk av styrings- og kostnadsramme på underposter

I en usikkerhetsanalyse vil detaljeringsnivået vanligvis være en avveining mellom å få frem tilstrekkelig detaljer for prosjektstyring og arbeidsmengde. Der hvor korrelasjon mellom kostnadselementer forekommer bør også sammenslåing vurderes for ikke å ”regne bort” usikkerheten. I store forsvarsinvesteringer er det også vår erfaring at kostnadene på det tidspunkt usikkerhetsanalysen gjennomføres ofte foreligger med lavere detaljeringsgrad enn det prosjektet senere får tilgang til og benytter til prosjektstyring. I sum taler dette for en grov inndeling av kostnadspostene i usikkerhetsanalysen. For en dypere gjennomgang av hensiktsmessig detaljering av kostnadsanalysen henvises leseren til Concept rapport 13 “Usikkerhetsanalyse – Feilkilder i metode og beregning” (Austeng, 2005a).

I Forsvaret styres som tidligere nevnt prosjektene etter P50, med usikkerhetsavsetningen P85. Når prosjektene gjennomføres vil det fra tid til annen være behov for å trekke ut disse persentilene for enkelte kostnadselementer fra en usikkerhetsanalyse. Dette er trivielt i de tilfellene usikkerheten er vurdert for et kostnadselement, men i tilfeller der usikkerhet kun er beregnet på et høyere nivå kan det være behov for en dokumentert metode for hvordan dette kan gjøres. I det følgende beskrives en metode for å trekke ut usikkerhetsavsetning på underelementer samt under hvilke forutsetninger metoden er gyldig.

La kostnadselementet K bestå underelementene $\kappa_1,..,\ \kappa_j$. Det antas at grunnkalkylen og persentilene for dette kostnadselementet er tilgjengelig fra usikkerhetsanalysen (nedenfor vises et eksempel på hvordan persentilene til et enkelt kostnadselement kan beregnes med trinnvis-formlene). La GK_K, $P50_K$, $P85_K$ og $P15_K$ benevne henholdsvis grunnkalkylen, P50, P85 og P15 for kostnadselement K. La videre $P50_{\kappa_j}$ være underelementenes forventning, og tilsvarende $P15_{\kappa_j}$, $P85_{\kappa_j}$ og $GK_{\kappa j}$ være underelement κ_js P15, P85 og grunnkalkyle.

Følgende antakelser må i rimelig grad være oppfylt, og nedenfor diskuterer vi hva som ligger i rimelighetskravet:

1. Forventet tillegg (differanse mellom GK_K og $P50_K$) kan fordeles pro rata på underelementene $\kappa_1,..,\ \kappa_j$.
2. Ks underelementer $\kappa_1,..,\ \kappa_j$ er enten hovedsakelig fullt ut korrelerte eller uavhengige

Hvorvidt man kan fordele det forventede tillegget pro rata avhenger av hvor like underpostene er med hensyn til usikkerhet. Pro rata fordeling innebærer at alle underelementer arver det samme relative forventede tillegget, uavhengig av hvordan dette oppstod i usikkerhetsanalysen. Dersom resonnementet rundt det forventede tillegget for kostnadselementet er drevet av enkelte underelementer, vil det ikke gjelde for alle, og metoden vil dermed kunne gi feil forventede tillegg. Denne typen feil vil kunne slå begge veier, i den forstand at noen underelementer kan få for høy usikkerhet mens andre får for lav.

Det bør i hvert enkelt tilfelle gjøres en vurdering av hvorvidt det forventede tillegget kan fordeles pro rata på underelementene, og om prosjektet kan akseptere eventuelle unøyaktigheter eller trenger å gjøre individuell usikkerhetsvurdering for underelementene. I tilfeller der underelement-nivået porteføljestyres innenfor samme delprosjekt vil man gjerne kunne akseptere en forenklet tilnærming. For større investeringsprosjekter i Forsvaret er ofte kostnadspostene organisert etter prosjektaktivitet, og underpostene er dermed ulike med hensyn til usikkerhet samtidig som det er porteføljestyring på aktivitetsnivå.

For å finne underelementene til Ks usikkerhet, må de kunne antas å være enten uavhengige eller fullt ut korrelerte. Dersom Ks underelementer er fullt korrelerte, vil en relativ endring i det ene medføre den samme relative endringen for de resterende. Ks standardavvik kan dermed fordeles pro rata på underelementene, slik at relativt standardavvik for hvert underelement er likt det relative standardavviket for K. Dette kan beskrives gjennom følgende relasjoner

$$\sigma_K = \sigma_{\kappa_1} + ... + \sigma_{\kappa_j} \text{ og } \frac{P50_K}{GK_K} = \frac{P50_{\kappa_j}}{GK_{\kappa_j}} \tag{4.31}$$

der σ_K og $\sigma_{\kappa j}$ er henholdsvis kostnadselementet og underelementenes standardavvik. Dersom Ks underelementer er statistisk uavhengige har vi fra kapittel 3.3 at følgende relasjon er oppfylt

$$\mathrm{Var}\left(\sum_{j=1}^{n} \kappa_j\right) = \sum_{j=1}^{n} \mathrm{Var}(\kappa_j). \tag{4.32}$$

Denne relasjonen gir ingen informasjon om hvilke underelementer som bidrar til variansen for kostnadselementet, og det er derfor ikke uten videre mulig å finne enkeltelementenes varians. Imidlertid følger av forutsetningen om pro rata fordeling av forventet tillegg at hvert underelement har samme relative forventede tillegg $\left(\frac{P50_{\kappa_j}}{GK_{\kappa_j}} = \text{konstant}\right)$. Derfor er det rimelig å forutsette at det samme også vil gjelde for underelementenes relative standardavvik ettersom både varians og forventet tillegg stammer fra samme vurdering. Følgende uttrykk benyttes derfor til å finne underelementenes standardavvik

$$\sigma_{\kappa_j} = k \cdot P50_{\kappa_j} \tag{4.33}$$

der *k* er en konstant. I det følgende viser vi hvordan man kan beregne konstanten *k*.

$$\begin{aligned}
Var\left(\sum_{j=1}^{n} \kappa_j\right) &= \sum_{j=1}^{n} Var(\kappa_j) \\
\sigma_K{}^2 &= \sum_{j=1}^{n} \sigma_{\kappa_j}{}^2 \\
\sigma_K{}^2 &= \sum_{j=1}^{n} (k \cdot P50_{\kappa_j})^2 \\
\sigma_K{}^2 &= k^2 \cdot \sum_{j=1}^{n} (P50_{\kappa_j})^2 \\
k &= \sqrt{\frac{\sigma_K{}^2}{\sum_{j=1}^{n} (P50_{\kappa_j})^2}}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

De to metodene vi har vist her for å fordele usikkerhet på underelementer forutsetter at de enten er statistisk uavhengige eller fullt ut korrelerte. I praktiske tilfeller er det imidlertid vanlig med varierende grad av korrelasjon mellom underelementene (Young 1992). Man kan da likevel velge å behandle underelementene som enten uavhengige eller fullt ut korrelerte, så fremt det er akseptabelt med henholdsvis over- eller undervurdering av usikkerheten.

Persentilene til et underelement finner man gjennom relasjonen beskrevet i kapittel 4.3 (jf. likning 4.18), hvor $\mathrm{P50}_{\kappa_j}$ og σ_{κ_j} er underelementenes forventning og standardavvik som vi har vist ovenfor og Φ^{-1} er den inverse kumulative standardnormalfordelingen.

$$\text{p-persentilen til } \kappa_j = \mathrm{P50}_{\kappa_j} + \sigma_{\kappa_j} \cdot \Phi^{-1}(p) \tag{4.35}$$

Eksempel 6 – Uttrekk av styringsramme og kostnadsramme på underposter

Våpeninvesteringen fra eksempel 2 benyttes videre når vi ser på uttrekk av styrings- og kostnadsramme for et kostnadselements underposter. Anta at *hovedinvestering* består av underpostene *skrog* og *kampsystemer*, og at grunnkalkylen er som følger

Kostnadspost	Grunnkalkyle
Skrog	20 000
Kampsystem	10 000
Hovedinvesteringen	*30 000*

I eksempel 5 ble hovedinvesteringens forventning E_K og standardavvik σ_K beregnet som henholdsvis 31096 og 4382, men det foreligger ikke trippelestimater for skrog og kampsystem. Dersom underpostene er statistisk uavhengige og det ikke er grunn til å tro at den relative usikkerheten er forskjellig, kan vurderingene knyttet til *hovedinvestering* benyttes for å avlede forventning og usikkerhet for underelementene. Vi antar at det forventede tillegget for *hovedinvestering* kan fordeles pro rata på de to underpostene, slik at likning 4.31 gjelder

$$\frac{\mathrm{GK}_{\mathrm{Hovedinvestering}}}{\mathrm{P50}_{\mathrm{Hovedinvestering}}} = \frac{\mathrm{GK}_{\mathrm{Underpost}}}{\mathrm{P50}_{\mathrm{Underpost}}} \rightarrow \mathrm{P50}_{\mathrm{Underpost}} = \mathrm{GK}_{\mathrm{Underpost}} \frac{\mathrm{P50}_{\mathrm{Hovedinvestering}}}{\mathrm{GK}_{\mathrm{Hovedinvestering}}}$$

P50 for hovedinvesteringen er lik forventningen E_K som vi fant i eksempel 5, og innsatt sammen med grunnkalkylen til kostnadsposten *hovedinvestering* og underpostene får vi

$$\mathrm{P50}_{\mathrm{Skrog}} = \mathrm{GK}_{\mathrm{Skrog}} \frac{\mathrm{P50}_{\mathrm{Hovedinvestering}}}{\mathrm{GK}_{\mathrm{Hovedinvestering}}} = 20\,000 \frac{31\,096}{30\,000} = 20\,731$$

$$\mathrm{P50}_{\mathrm{Kampsystem}} = \mathrm{GK}_{\mathrm{Kampsystem}} \frac{\mathrm{P50}_{\mathrm{Hovedinvesteringen}}}{\mathrm{GK}_{\mathrm{Hovedinvesteringen}}} = 10\,000 \frac{31\,096}{30\,000} = 10\,365$$

Neste trinn er å finne kostnadsrammen, P85 for underpostene. Det relative standardavviket er gitt ved konstanten *k* i likning 4.34

$$k = \sqrt{\frac{\sigma_K^2}{\Sigma\left(\mathrm{P50}_{\mathrm{Underposter}}\right)^2}} = \sqrt{\frac{4382^2}{\left(\mathrm{P50}_{\mathrm{Skrog}}\right)^2 + \left(\mathrm{P50}_{\mathrm{Kampsystem}}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4\,382^2}{(20\,731)^2 + (10\,365)^2}} = 0{,}189$$

likning 4.35 gir nå P85 for underpostene, der likning 4.33 settes inn for standardavviket til underposten

$$\begin{aligned} \mathrm{P85}_{\mathrm{Underpost}} &= \mathrm{P50}_{\mathrm{Underpost}} + \sigma_{\mathrm{Underpost}} \cdot \Phi^{-1}(85) \\ &= \mathrm{P50}_{\mathrm{Underpost}} + k \cdot \mathrm{P50}_{\mathrm{Underpost}} \cdot \Phi^{-1}(85) \\ &= \mathrm{P50}_{\mathrm{Underpost}}\,(1+k) \cdot 1{,}04 \end{aligned}$$

Innsatt P50 for skrog og kampsystem får vi

$$\mathrm{P85}_{\mathrm{Skrog}} = \mathrm{P50}_{\mathrm{Skrog}}\,(1+k) \cdot 1{,}04 = 20\,731 \cdot (1+0{,}189) \cdot 1{,}04 = 25\,636$$

$$\begin{aligned} \mathrm{P85}_{\mathrm{Kampsystem}} &= \mathrm{P50}_{\mathrm{Kampsystem}}\,(1+k) \cdot 1{,}04 = 10365 \cdot (1+0{,}189) \cdot 1{,}04 \\ &= 12\,818 \end{aligned}$$

For dette eksempelet er følgelig P50 og P85 for underposten *skrog* henholdsvis 20 731 og 25 636. Tilsvarende verdier for *kampsystemet* er 10 356 og 12 818.

4.6 Håndtering av hendelsesusikkerhet

Med hendelser menes her forhold som med relativt liten sannsynlighet inntreffer i løpet av levetiden for et enkeltsystem, men som er av slik art at det bør tas hensyn til på porteføljenivå. Hendelsesusikkerheten vil best ivaretas ved å behandle hendelsen som et eget kostnadselement med best-, sannsynlig- og verst-estimater, og så tilordne en sannsynlighet for at hendelsen inntreffer.

For hendelsesusikkerhet er det gjerne usikkerhet knyttet til både pris og sannsynligheten for at en hendelse vil inntreffe. For statistisk uavhengige variabler har vi at forventningen til et produkt er gitt ved følgende formel (Blumenfeld, 2001):

$$E(XY) = E(X)E(Y) \qquad (4.36)$$

Den kostnadsmessige konsekvensen av hendelsesusikkerhet er følgelig den forventede kostnaden multiplisert med den forventede sannsynligheten for at hendelsen inntreffer. Trinnvisformlene beskrevet i kapittel 4 benyttes for å finne disse.

Et eksempel på hendelsesusikkerhet kan være fredstidstap av stridsplattformer som må erstattes i løpet av levetiden. Anta for eksempel at forsvaret skal investere i en ny kommunikasjonssatellitt, der forventet anskaffelseskostnad basert på trippelestimatet er beregnet å være 1 milliard. Dersom sannsynligheten for tap under oppskyting er estimert å være 5 prosent, vil forventet verdi av hendelsesusikkerheten være 50 millioner.

5 Konklusjon

Denne rapporten har forsvarsinvesteringer i fokus og beskriver den deterministiske trinnvis-metoden for å gjøre økonomisk usikkerhetsanalyse, som sammenlignet med de tradisjonelle simuleringsmodellene innebærer en stor forenkling. Fordelen med en enkel metode er at ressursbruken kan prioriteres til prosessen og det å utlede gode inngangsverdier til analysen. Metoden gir tilnærmet like gode resultat som simuleringsmodeller under normale betingelser, men vi har beskrevet noen forhold man bør være oppmerksom på. Dette gjelder generelt ved sterk skjevfordeling av kostnadspostene, og spesielt for faktorene. Dersom kostnadspostene blir påvirket av flere faktorer med stor usikkerhet skal man også være oppmerksom. For Forsvarets prosjekter er vår erfaring at metoden gir tilstrekkelig gode resultater. I de tilfellene hvor stor usikkerhet og skjevfordeling ville gitt mer presise estimater med simuleringsmodeller, ivaretas presisjonen bedre gjennom arbeid med gode inngangsparametere enn modellvalg. Formelverket lar seg også enkelt implementere i et Excel regneark eller andre dataverktøy.

Kostnadskalkyler for Forsvarets investeringer er gjerne store og sammensatte, og usikkerhets-analyser må derfor gjennomføres på et aggregert nivå sett i forhold til behov for detaljering på et senere tidspunkt. Derfor beskriver denne rapporten en metode for å estimere usikkerhet for et kostnadselements underposter, der det ikke er gjort vurdering av usikkerhet på underpostnivå.

Metoden som presenteres i denne rapporten faller innenfor Forsvarets veileder i håndtering av usikkerhet, og anbefales som et supplement til Forsvarets allerede etablerte modell for håndtering av usikkerhet i anskaffelsesfasen. Dette kan være særlig aktuelt for store og sammensatte anskaffelsesprosjekter, der det kan være nødvendig å oppdatere og holde rede på den økonomiske usikkerheten gjennom flere faser av prosjektet. Videre kan metoden implementeres i prosjektets levetidskostnadsanalyse, for direkte beregning av styrings- og kostnadsrammer samt kontantstrømmer på P50-nivå ved løpende justeringer i beregningsgrunnlaget.

Vedlegg A Valg av produktkalkyle – additiv eller multiplikativ faktorhåndtering?

I trinnvismetoden håndteres korrelasjon gjennom faktorvirkning, og som beskrevet tidligere i denne rapporten kan produktkalkylen gjøres på to måter – additiv eller multiplikativ. I denne rapporten er det gjennomgående benyttet additiv faktorhåndtering i formelverket, men det er trivielt å implementere en multiplikativ håndtering i stedet, eller begge i kombinasjon. Likevel kan hensynet til metodens enkelthet gjøre det ønskelig å bruke additiv produktkalkyle gjennom hele analysen. Dette vedlegget undersøker derfor under hvilke betingelser feilaktig bruk av additiv faktorhåndtering gir tilstrekkelig gode resultater. Feiltoleransen for et tilstrekkelig godt resultat er for analyseformål satt til å være at feilen i forventning og standardavvik skal ligge innenfor henholdsvis én og ti prosent.

Multiplikativ faktorhåndtering innebærer å multiplisere kostnadspost og faktorer som statistisk uavhengige variabler. For produktet av to uavhengige variabler gjelder da (Blumenfeld 2001, s. 17):

$$E(XY) = E(X)E(Y) \tag{A.1}$$

$$Var(XY) = (E(Y))^2 Var(X) + (E(X))^2 Var(Y) + Var(X)Var(Y) \tag{A.2}$$

Formelverket denne rapporten presenterer tar imidlertid utgangspunkt i additiv faktorhåndtering. Dette innebærer at faktorenes virkning på kostnadsposten regnes ut, og dette legges så til estimatet – derav betegnelsen additiv. Dersom for eksempel en kostnadspost med forventning lik 100 blir påvirket av en faktor med forventning lik 1,05 og 10 prosent standardavvik, blir virkningen på forventningen 5 og standardavviket 10. Med additiv håndtering har kun kostnadspostens forventning betydning for faktorens virkning, mens man for multiplikativ håndtering må ta hensyn til både kostnadspostens varians samt andre faktorers forventning og varians. Med andre ord virker faktorene på hverandre nå de behandles multiplikativt. Forskjellen mellom metodene fremgår tydelig i eksempel 7, der faktorvirkning regnes ut på begge måter.

Valget mellom de to metodene avhenger i stor grad av hvordan tallgrunnlaget for faktorene fremkommer, men også ut fra hva som er hensiktsmessig fra prosessen. Når faktorer settes i en gruppeprosess avledes de gjerne gjennom et additivt resonnement, og det er da riktigst å benytte tilsvarende metode for utregning. Dersom faktorene avledes basert på empiri eller er modellert, kan det ofte være riktig å velge multiplikativ metode. Eksempel på sistnevnte kan være der hvor den ene faktoren håndterer kostnadseffekt av produksjonsvolum og den andre håndterer valutausikkerhet. I et slikt eksempel kan det tenkes at hovedinvesteringen blir fem prosent dyrere samtidig som vekslingskursen blir fem prosent høyere, og faktorene skal da virke på hverandre slik at den totale kostnaden øker med 10,25 prosent. Additiv metode ville i et slikt tilfelle gitt en økning på 10 prosent, altså 0,25 prosentpoeng for lavt.

Eksempel 7 – Additiv og multiplikativ håndtering av faktorene

Som i tidligere eksempler i rapporten, antar vi et investeringsprosjekt der kostnadene fordeler seg på følgende poster:

Kostnadspost	Best	Sannsynlig	Verst	E	σ
Hoved-investering	25 000	30 000	35 000	30 000	3 953
Logistikk-utstyr	900	1 000	1 200	1 041	119
Utdanning	650	900	1 300	962	257
Totalt uten faktorvirkning	26 550	31 900	37 500	32 003	3 963

Tabell A.1 Kostnadsestimatenes trippelestimater, forventningsverdi og standardavvik for et tenkt investeringsprosjekt. [20]

Forventning og trippelanslag er her regnet ut med trinnvisformlene. Anta videre at følgende faktorer påvirker:

Faktor	Best	Sannsynlig	Verst	E	σ
Valuta	0,95	1,00	1,05	1,000	0,040
Bemanning	0,98	1,02	1,10	1,037	0,047

Tabell A.2: Faktorenes trippelestimat, forventning og standardavvik for et tenkt investeringsprosjekt.

Faktoren *valuta* virker på *hovedinvestering*, og faktor *bemanning* virker på *hovedinvestering* og *logistikkutstyr*:

Faktormatrise	Valuta	Bemanning
Hovedinvestering	1	1
Logistikkutstyr		1
Utdanning		

Tabell A.3: Faktormatrise som viser hvilke kostnadselementer som blir påvirket av faktorene.

[20] Merk at forventningsverdier og standardavvik er avrundet.

Additiv metode

Ved additiv metode beregnes først kostnadspostenes forventning og standardavvik, deretter adderes faktorvirkningen. La oss begynne med forventningen

$$E_{Investering} = E_{Investering\ u/faktor} + E_{Faktorvirknig},$$

der $E_{\text{Faktorvirkning}}$ er forventet faktorvirkning. Denne regnes ut ved å multiplisere faktorens forventning minus én (for å få nettovirkning) med forventningen til de kostnadspostene den virker på.

$$\begin{aligned}
E_{Investering} &= E_{Investering\ u/faktor} + E_{Faktorvirknig} \\
&= E_{Hovedinv} + E_{log.} + E_{utd.} + (E_{Valuta} - 1) \cdot E_{Hovedinv} \\
&\quad + \left(E_{Bemanning} - 1\right)\left(E_{Hovedinv} + E_{log.}\right) \\
&= 30000{,}00 + 1041{,}32 + 961{,}98 + (1 - 1) \cdot 30000 + (1{,}0365 - 1) \\
&\quad \cdot (30000{,}00 + 1041{,}32) \\
&= 33137
\end{aligned}$$

På tilsvarende måte regnes standardavviket ut, der $\sigma_{\text{Faktor virkning}}$ er faktorens virkning på standardavviket (merk at for å finne faktorens fulle virkning, beregnes denne på forventningen til kostnadselementene inkludert faktorvirkning)

$$\begin{aligned}
\sigma_{Investering} &= \sqrt{\sigma^2_{Investering\frac{u}{faktor}} + \sigma^2_{Faktorvirkning}} \\
&= \sqrt{\sigma^2_{H.inv.} + \sigma^2_{log} + \sigma^2_{Utd.} + \sigma^2_{Valuta_{virkning}} + \sigma^2_{Bemanning_{virkning}}} \\
&= \sqrt{\begin{aligned}&\sigma^2_{H.inv.} + \sigma^2_{log} + \sigma^2_{Utd.} + (\sigma_{Valuta} \cdot E_{valuta} \cdot E_{H.inv.})^2 \\ &\quad + \left(\sigma_{Bemanning} \cdot E_{Bemanning} \cdot \left(E_{H.inv.} + E_{log}\right)\right)^2\end{aligned}} \\
&= \sqrt{\begin{aligned}&3952{,}57^2 + 118{,}58^2 + 256{,}92^2 + (0{,}04 \cdot 1 \cdot 30000)^2 \\ &\quad + \left(0{,}0474 \cdot 1{,}0365 \cdot (30000{,}00 + 1041{,}32)\right)^2\end{aligned}} \\
&= 4409
\end{aligned}$$

Multiplikativ metode

Med multiplikativ metode beregnes forventningen ved å multiplisere faktorene med kostnadselementene de virker på etter regneregler for statistisk uavhengige variabler (likning A.1). Forventningen blir da

$$\begin{aligned}
E_{Investering} &= E_{Hovedinvestering} \cdot E_{Valuta} \cdot E_{Bemanning} + E_{log} \cdot E_{Bemanning} + E_{Utd.} \\
&= 30000 \cdot 1 \cdot 1{,}0365 + 1041{,}32 \cdot 1{,}0365 + 961{,}98 \\
&= 33137
\end{aligned}$$

I dette eksempelet blir altså forventningen lik med de to metodene. Dette er et særtilfelle som gjelder når faktoren som påvirker kostnadselementet er lik 1. Tilsvarende regnes standardavviket ut etter likning A.2:

$$\sigma_{Investering} = \sqrt{Var_{Investering}} = \sqrt{Var_{HovedInv_m/faktorvirkning} + Var_{log/faktorvirkning} + Var_{Utd}}$$

$$= \sqrt{\begin{matrix} E^2_{H.Inv}Var_{F1,F2} + E^2_{F1,F2}Var_{H.Inv.} + Var_{H.Inv}Var_{F1,F2} + E^2_{log}Var_{F2} + E^2_{F2}Var_{log} \\ +Var_{log}Var_{F2} + Var_{Utd} \end{matrix}}$$

$$= \sqrt{\begin{matrix} 30000{,}0^2 \cdot 0{,}0039 + 1{,}0744 \cdot 3952{,}6^2 + 3952{,}6^2 \cdot 0{,}0039 + 1041{,}3^2 \cdot 0{,}047^2 + 1{,}037^2 \cdot 118{,}6^2 \\ +118{,}6^2 \cdot 0{,}0474^2 + 256{,}9^2 \end{matrix}}$$

$$= 4524$$

Der $Var_{\mathrm{F1,F2}}$ og $E_{\mathrm{F1,F2}}$ er henholdsvis varians og forventning til de to faktorene multiplisert, gitt ved

$$E_{F1,F2} = E_{Valuta} \cdot E_{Bemanning} = 1 \cdot 1{,}037 = 1{,}0365$$

$$\begin{aligned} Var_{F1,F2} &= Var(Valuta \cdot Bemanning) \\ &= E^2_{Valuta} \cdot Var_{Bemanning} + E^2_{Bemanning} \cdot Var_{Valuta} + Var_{Valuta} \cdot Var_{Bemanning} \\ &= 1^2 \cdot 0{,}0474^2 + 1{,}0365^2 \cdot 0{,}0395^2 + 0{,}0395^2 \cdot 0{,}0474^2 \\ &= 0{,}0039 \end{aligned}$$

Oppsummert

Vi ser altså at forventningsverdien blir den samme i begge metodene som benyttes. Dette skyldes at det kun er én faktor med forventningsverdi forskjellig fra 1. Imidlertid ble standardavviket påvirket av metodevalget – ved bruk av additiv metode ble standardavviket 4 409, mens den multiplikative metoden ga standardavvik lik 4 524. Forskjellen mellom metodene utgjorde altså i underkant av 3 prosent, som er godt innenfor vårt akseptansekrav.

A.1 Når gir additiv faktorhåndtering tilstrekkelig god tilnærming?

Ettersom det av hensyn til en god prosess kan være ønskelig å benytte additiv faktorhåndtering, selv i tilfeller der multiplikativ er riktig, er det nødvendig å undersøke under hvilke betingelser en slik tilnærming er god nok. Som vi skal se avhenger dette av antall faktorer som virker på kostnadselementet samt skjevhet og spredning for både kostnadspost og faktor. I det følgende gjør vi derfor følsomhetsanalyser for å belyse problemstillingen. Skjønnsmessig har vi antatt at et relativt avvik på 1 % for forventningen og 10 % for standardavviket vil være akseptabelt for et anskaffelsesprosjekt.

Det er to måter å måle skjevheten i faktorene på: Den absolutte skjevheten, eller spredningen, som måles som $Verst - Best$, og den relative skjevheten, målt ved ϕ:

$$\phi = \frac{Verst - Sannsynlig}{Sannsynlig - Best} \tag{A.3}$$

Faktorenes sannsynlige verdi ligger vanligvis nær 1,00, der et typisk spenn kan være ± 5 %. En faktor lik 1 ±5 % innebærer spredning på 0,10, og ϕ=1 i og med at faktoren er symmetrisk. Dersom ϕ er høyere enn 1 er *verst*-utfallet større enn *best*-utfallet (altså større sannsynlighet for kostnadsøkning enn for kostnadsreduksjon). Erfaringsmessig er de mest ekstreme spredningene opp mot 0,5, og ϕ kan være så høy som 10. Imidlertid er oftest faktorene relativt symmetriske og har lav spredning. Kombinasjon av stor spredning og høy skjevhet er også i praksis avgrenset til tilfeller der *best* og *sannsynlig* er relativt nær, mens *verst* er mye høyere.

Spredningen *Verst – Best* sier altså noe om hvor usikker faktoren er, og vil ha effekt på standardavviket. Jo større denne avstanden er, jo større blir σ. ϕ-verdien sier noe om den relative forskjellen mellom *Best*- og *Verst*-estimatet. Når $\phi = 10$ er *verst*-avviket (*Verst – Sannsynlig*) 10 ganger så stort som *Best*-avviket. Når $\phi = 0{,}2$ er *best*-avviket 5 ganger så stort som *verst*-avviket. ϕ vil således påvirke både forventningsverdien *E* og standardavviket σ.

For å gi en grunnleggende forståelse for hvordan forholdet mellom ϕ og spredning er, innleder vi med et eksempel på spredning for ulike ϕ-verdier:

ϕ	Best–Sannsynlig–Verst	*Spredning*	Best–Sannsynlig–Verst	*Spredning*
0,2	0,98–1,00–1,004	*0,024*	0,95–1,00–1,01	*0,06*
0,4	0,98–1,00–1,008	*0,028*	0,95–1,00–1,02	*0,07*
0,5	0,98–1,00–1,010	*0,03*	0,95–1,00–1,025	*0,075*
0,75	0,98–1,00–1,015	*0,035*	0,95–1,00–1,0375	*0,0875*
1,00	0,98–1,00–1,020	*0,04*	0,95–1,00–1,05	*0,1*
2,00	0,98–1,00–1,040	*0,06*	0,95–1,00–1,10	*0,15*
5,00	0,98–1,00–1,100	*0,12*	0,95–1,00–1,25	*0,30*
7,50	0,98–1,00–1,150	*0,17*	0,95–1,00–1,375	*0,425*
10,00	0,98–1,00–1,200	*0,22*	0,95–1,00–1,50	*0,55*

Tabell A.4 Eksempel på ulike ϕ-verdier og hvilken spredning det kan innebære.

I tillegg til spredning og skjevhet, vil også antall faktorer som påvirker et kostnadselement ha innvirkning på forventningsverdien og standardavviket. Dersom det er mer enn én faktor som påvirker kostnadselementet med forventningsverdi høyere enn 1,00, vil kostnadselementets forventningsverdi med faktorpåvirkning bli lavere ved bruk av additiv metode enn med multiplikativ. Eksempelvis hvis to faktorer har fordeling 0,98–1,00–1,1, vil total forventningsverdi av disse to bli 1,066 ved bruk av additiv metode, mens multiplikativ metode vil gi forventningsverdi for faktorene lik 1,067. Forskjellen blir større jo flere faktorer som virker på samme kostnadselement.

I de følgende delkapitlene undersøker vi hva (1) antall faktorer; (2) spredning og (3) skjevhet har å si for metodens gyldighet. Vi gjennomfører en rekke eksperimenter som fordeles under hovedkategorien skjevhet:

A.1.1: Symmetriske faktorer
A.1.2: Høyreskjeve faktorer
A.1.3: Faktorer med ulik skjevfordeling
A.1.4: Faktorer som virker i motsatt retning

I hvert av forsøkene begynner vi med hvordan forventningsverdi og standardavvik blir påvirket av metodevalg når kostnadselementet blir påvirket av én faktor, og øker så til totalt 4 faktorer. Årsaken til at vi har valgt 4 faktorer i forsøkene er at det erfaringsmessig sjeldent er mer enn 4 faktorer som påvirker et kostnadselement. Effekten på forventningsverdi og standardavvik oppsummeres i en tabell.

Etter å ha undersøkt effekten av å øke antall faktorer med fast spredning og skjevhet, ser vi nærmere på hva som skjer når vi øker faktorenes spredninger. Vi har sett på spredning til opp mot 1,5 for å vise hvor stort avviket kan være i de mest ekstreme tilfellene, men erfaringsmessig ser vi sjeldent en faktor har spredning som er større enn 0,5. Resultatene som oppsummerer effekten av antall faktorer og økt spredning er vist i egne figurer der vi har markert "grense for "normal" spredning" på 0,5 som en stiplet linje, og akseptabelt avvik for forventningsverdi og standardavvik på henholdsvis ± 1 % og ± 10 %. Det er dermed lett å lese ut av figurene hvorvidt forsøket gir akseptable resultater eller ei.

Kostnadselementet som ligger til grunn er antatt å ha en symmetrisk fordeling på 25000–30000–35000 (altså $\phi = 1$). Kostnadselementets fordeling vil selvsagt også ha en del å si for resultatene, i dette tilfellet tilsvarer det spredning på ±16,7 %. Dette er altså et kostnadselement med relativt stor spredning. Kostnadselementet oppfører seg likt som en faktor – konklusjonene som gjelder for faktorenes skjevhet og spredning kan dermed overføres til kostnadselementet.

A.1.1 Symmetrisk usikkerhet ($\boldsymbol{\phi = 1}$)

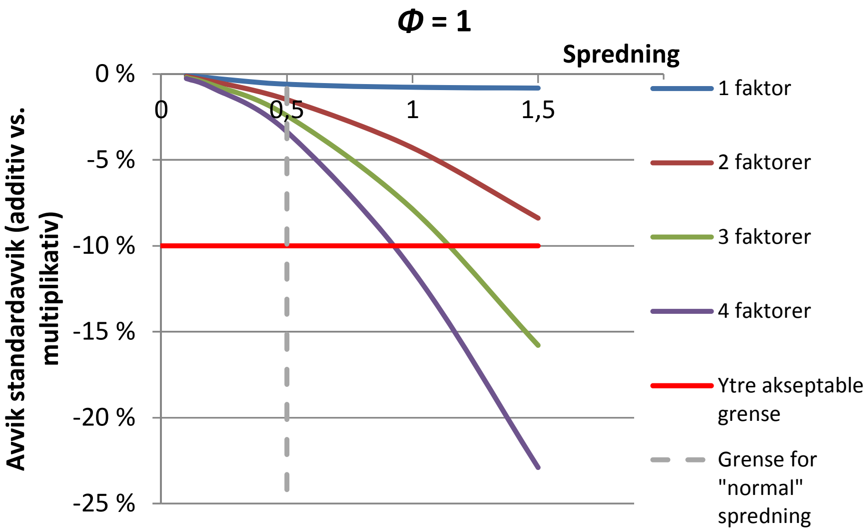
Når usikkerheten er symmetrisk og faktorenes forventningsverdi er lik 1, vil både den additive og multiplikative metoden gi samme forventningsverdi. Det blir dermed kun interessant å se på avviket i standardavviket (altså hvordan det kan påvirke P85).

Innledningsvis ser vi på et spesialtilfelle der vi øker antall faktorer med spredning 0,9–1,0–1,1 (det vil si spredning på ±10 %) som påvirker hovedinvesteringen. I tabell A.5 har vi oppsummert forventningsverdi og standardavvik ved bruk av additiv og multiplikativ metode, og hvor stort avviket blir ved bruk av de to metodene. Vi finner at den additive metoden gir lavere standardavvik enn den multiplikative metoden, men at avviket er neglisjerbart ved denne fordelingen.

Spredning					Resultat				
Antall faktorer	**Faktor 1**	**Faktor 2**	**Faktor 3**	**Faktor 4**	$E_{additiv}$	$E_{multipl.}$	$\sigma_{additiv}$	$\sigma_{multipl.}$	**Avvik** $\sigma_{additiv}$
1	0,20				30 000	30 000	4 609	4 620	*(-0 %)*
2	0,20	0,20			30 000	30 000	5 183	5 206	*(-0 %)*
3	0,20	0,20	0,20		30 000	30 000	5 700	5 735	*(-1 %)*
4	0,20	0,20	0,20	0,20	30 000	30 000	6 174	6 223	*(-1 %)*

Tabell A.5 Innvirkning av å benytte additiv vs. multiplikativ metode ved økt antall faktorer med spredning 0,90–1,00–1,10 (tilsvarer spredning på 0,20 eller ±10 %).

Videre ønsker vi å undersøke hva som skjer dersom vi øker spredningen i faktorene. I figur A.1 viser vi hvordan standardavviket blir påvirket av å bruke den additive i stedet for den multiplikative metoden for opp til fire faktorer og spredning opp til 1,5.



Figur A.1 Forskjell i standardavvik mellom additiv og multiplikativ metode dersom spredningen og antall faktorer øker.

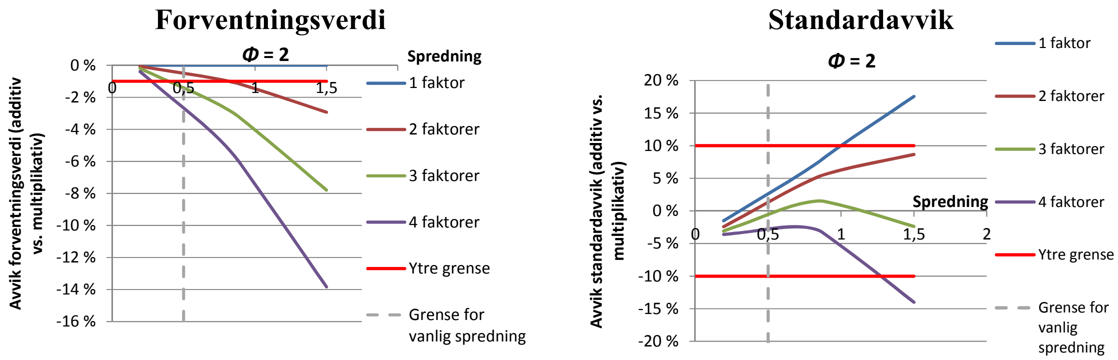
I figur A.1 ser vi at forskjellen i standardavviket ved bruk av additiv metode blir marginalt lavere med spredningen dersom kostnadselementet kun er påvirket av én faktor (vist ved den blå linjen). Dersom kostnadselementet blir påvirket av to faktorer (vist ved burgunderrød linje), ser vi at avviket mellom metodene blir større. Vi ser også at avviket blir større, jo større spredning disse to faktorene har. Forskjellen blir mer og mer markant jo flere faktorer det er som påvirker kostnadselementet. Den additive metoden gir lavere standardavvik enn den multiplikative metoden, hvilket innebærer at P85 vil bli lavere ved bruk av den additive metoden. Det er imidlertid verdt å merke seg at forskjellen mellom metodene først når den akseptable grensen (vist ved den røde linjen) når fire faktorer har spredning opp mot 0,8 ($\pm$40 %). Vi kan derfor konkludere med at *den additive metoden gir gode resultater dersom kostnadselementet kun blir påvirket av symmetriske faktorer, selv ved høy spredning.*

A.1.2 Høyreskjeve faktorer

I mange tilfeller vil vi observere at faktorene påvirker usikkerheten i negativ retning; altså at det er større risiko for kostnadsøkning enn muligheter for kostnadsreduksjoner. Vi ønsker nå å utvide forsøket fra kapittel A.1.1 til å se hva som skjer med forventningsverdi og standardavvik dersom vi i tillegg til å (1) øke antall faktorer og (2) øker spredningen i faktorene, også (3) øker hvor høyreskjeve faktorene er. I likning A.3 betyr dette at ϕ er høyere enn 1. Jo høyere ϕ, jo mer høyreskjev er faktoren (se også tabell A.4).

ϕ = 2

Når ϕ = 2 er kostnadskonsekvensen av at *verst*-utfallet av faktoren inntreffer dobbelt så høy som dersom *best*-utfallet inntreffer. Spredningen kan imidlertid variere selv om skjevheten er den samme. Eksempelvis vil både en fordeling på 0,99–1,00–1,02 og en fordeling på 0,80–1,00–1,40 gi samme skjevhet ($\phi = 2$), mens spredningen i disse to tilfellene er henholdsvis 0,03 (-1 % til +2 %) og 0,6 (-20 % til +40 %).



Figur A.2 Forskjell i forventningsverdi og standardavvik med økende spredning og 1–4 faktorer med $\phi = 2$.

Grafen til venstre i figur A.2 viser avviket i forventningsverdi ved bruk av additiv metode sammenlignet med multiplikativ, mens grafen til høyre viser forskjellen i standardavvik. De blå linjene i figurene viser forskjellen mellom metodene dersom det er én faktor som påvirker kostnadselementet. Vi ser at forventningsverdien er upåvirket av metodevalg når kun én faktor påvirker kostnadselementet, men at standardavviket blir høyere ved den additive metoden jo større spredning faktoren har. Imidlertid må spredningen bli så stor som 1,00 (ca. -33 % til +66 %) for at forskjellen mellom metodene skal gi uakseptable avvik. Med $\phi = 2$ vil altså additiv metode gi tilstrekkelig gode resultater sammenlignet med den multiplikative metoden når det kun er én faktor som påvirker kostnadselementet.

Når antall faktorer øker ser vi at forskjellen i forventningsverdi blir mer markant jo flere faktorer som virker på kostnadselementet (ved at kurvene har dypere helning i diagrammet til venstre), og jo større spredning faktorene har (ved at kurvene får økt helning). Den burgunderrøde linjen viser at ved to faktorer kan spredningen gå opp til 0,75 (-25 % til +50 %) før forskjellene i forventningsverdien blir for stor. Dersom vi øker antall faktorer, reduseres toleransen for avvik. Forskjellen i standardavvik reduseres imidlertid med antall faktorer, og den additive metoden vil gi akseptable avvik med både 2, 3 og 4 faktorer.

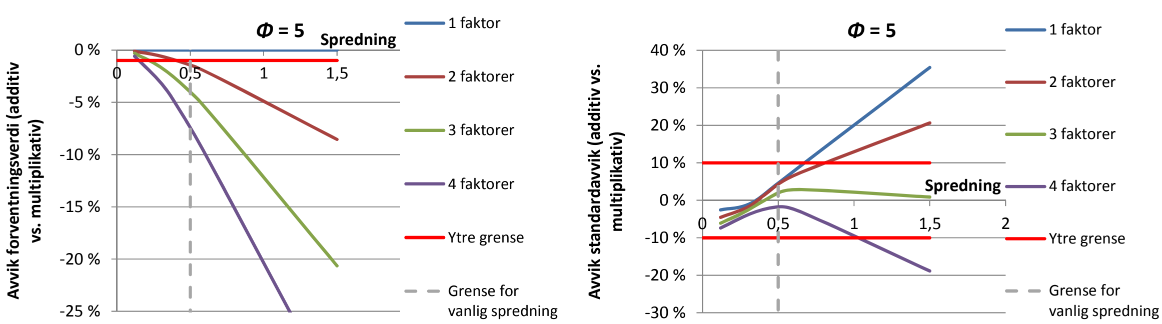
Delkonklusjoner for faktorer med $\phi = 2$:

- Så lenge kun én eller to faktorer med $\phi = 2$ påvirker kostnadselementet, vil den additive metoden gi neglisjerbare avvik i forventningsverdi sammenlignet med den multiplikative metoden.
- Dersom spredningen er stor i mer enn to faktorer, kan den additive metoden gi for lave forventningsverdier sammenlignet med den multiplikative metoden. Dette er ikke svært vanlig, men kan forekomme. Man må derfor være oppmerksom dersom flere høyreskjeve faktorer virker med høy spredning.
- Standardavviket er robust for metodevalg.

$\phi = 5$

Når $\phi = 5$ er kostnadskonsekvensen av et *verst*-utfall av faktoren fem ganger så stor som et *best*-utfall. Eksempler på spredninger med $\phi = 5$ kan være 0,99–1,00–1,05 (spredning 0,06) og 0,9–1,0–1,5 (spredning 0,6). Denne skjevheten kan forekomme relativt hyppig i usikkerhetsanalyser, men stort sett ser vi det sammen med lav spredning. Kombinasjonen stor skjevhet og stor spredning er en sjeldenhet.

Forventningsverdi **Standardavvik**



Figur A.3 Forskjell i forventningsverdi og standardavvik med økende spredning og 1–4 faktorer med $\phi = 5$.

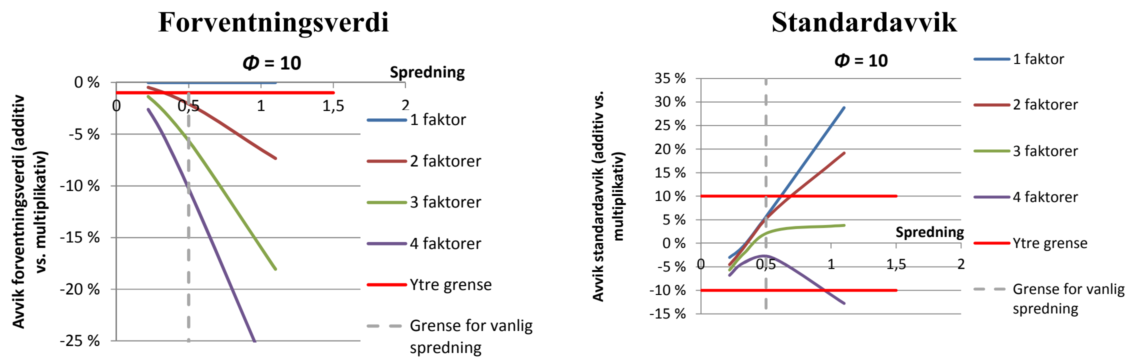
I figur A.3 ser vi den samme tendensen som i figur A.2 – forskjellen i forventningsverdien (vist ved figuren til venstre) blir større med økende spredning, og jo flere faktorer som treffer kostnadselementet. Det er imidlertid verdt å merke seg at kurvene er brattere enn i figur A.2 – jo større skjevfordeling, jo lavere blir forventningsverdien ved bruk av additiv metode sammenlignet med den multiplikative metoden. Forskjellen i standardavviket (vist ved figuren til høyre) er imidlertid akseptabel selv ved stor spredning i faktorene.

Delkonklusjoner:

- Dersom et kostnadselement kun er påvirket av én faktor med $\phi = 5$, så vil den additive metoden gi gode resultater for forventningsverdien, mens man skal være oppmerksom på at standardavviket kan bli høyt dersom spredningen er veldig stor (her: over 0,7).
- Dersom et kostnadselement er påvirket av to faktorer, som begge har $\phi = 5$, bør man være spesielt oppmerksom på at metodevalget gir for stort avvik ved spredning på over 0,3. Akseptabel spredning reduseres med antall faktorer.
- Standardavviket er robust for metodevalg.

ϕ = 10

Når $\phi = 10$ er kostnadskonsekvensen av et *verst*-utfall av faktoren ti ganger så stor som et *best*-utfall. Eksempler på spredninger med $\phi = 10$ kan være 0,99–1,00–1,1 og 0,9–1,0–2,0 (spredning på hhv 0,11 og 1,1). Erfaringsmessig har vi sett at det er sjelden et kostnadselement treffes av mange faktorer med så skjev fordeling.



Figur A.4 Avvik i forventningsverdi og standardavvik med økende spredning og 1–4 faktorer med $\phi = 10$.

I figur A.4 ser vi igjen de samme mønstrene som fra figur A.2 og A.3 – avviket i estimatet for forventningsverdi øker med antall faktorer og økende spredning. Sammenligner vi med resultatene fra $\phi = 2$ og $\phi = 5$ finner vi at det er lavere aksept for stor spredning når skjevheten øker. Når $\phi = 10$ kan spredningen bli 0,3 for to faktorer før man når grensen for akseptabelt avvik, men dersom det er 3 eller 4 faktorer med såpass stor skjevhet blir avviket for stort med denne spredningen. Standardavviket holder seg imidlertid innenfor kravet frem til spredningen overstiger 0,6 for én faktor, og spredningen kan øke dersom antall faktorer øker. Det blir dermed avviket i forventningsverdi som setter begresning på hvorvidt den additive metoden gir robuste resultater.

Delkonklusjoner:

- Dersom den relative skjevheten for en faktor øker til 10 (altså at det er 10 ganger større sannsynlighet for kostnadsøkning som kostnadsreduksjon) på to faktorer, bør ikke spredningen overstige 0,3 (ca. -3%/+30%) før man vurderer metodevalg. Akseptabel spredning reduseres drastisk med antall faktorer.
- Den additive metoden gir vesentlig lavere forventningsverdier enn den multiplikative.
- Den additive metoden gir robuste resultater for standardavviket.

Oppsummert om høyreskjeve faktorer
Oppsummert ser vi at den additive metoden kan gi for lave estimater for forventningsverdien når kostnadselementet påvirkes av flere høyreskjeve faktorer, men det avhenger av hvor usikre faktorene er og hvor skjeve de er. Hvis kostnadselementet kun er påvirket av én faktor vil den additive metoden gi robuste resultater – forventningsverdien er upåvirket av metodevalg, og den additive metoden gir robuste resultater for standardavviket selv ved stor skjevhet og stor spredning. Hvor stor spredningen kan være, avhenger av hvor høyreskjev faktoren er. Jo mer høyreskjev, jo lavere må spredningen være for at den additive metoden skal gi en tilstrekkelig god tilnærming. Eksempelvis må ikke spredningen overstige 0,6 ved $\phi = 10$, men kan være 1,0 for $\phi = 2$.

Dersom antall faktorer øker, må man være oppmerksomhet på at deres skjevhet og spredning vil ha stor innvirkning på hvorvidt resultatet er robust. Dersom faktorene har skjevhet $\phi = 2$ (altså at det er dobbelt så høy sannsynlighet for kostnadsøkning som kostnadsreduksjon) gir den additive metoden robuste resultater for forventningsverdien ved to faktorer, mens akseptabel spredning reduseres til om lag 0,3 dersom antall faktorer øker til tre. Akseptabel spredning reduseres jo skjevere faktorene er og jo flere faktorer som påvirker kostnadselementet.

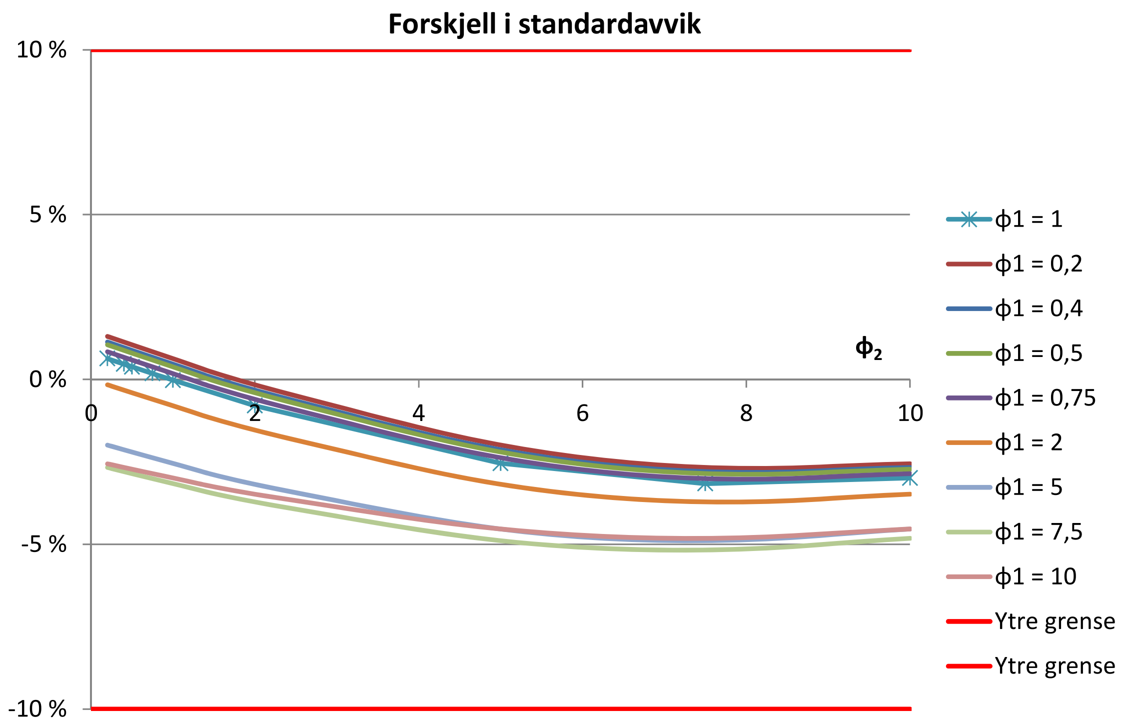
I alle tilfellene fant vi at standardavviket er innenfor akseptansekravet ved bruk av den additive metoden. Det er altså forventningsverdien som er den begrensende faktoren for hvorvidt den additive metoden gir robuste resultater for høyreskjeve faktorer.

A.1.3 To faktorer som har ulik skjevfordeling

Til nå har vi sett på hva som skjer dersom vi (1) øker antall faktorer, (2) øker spredningen i faktorene og (3) øker hvor høyreskjeve faktorene er. Vi har imidlertid antatt at alle faktorene har oppført seg likt (hatt lik spredning). Vi ønsker nå å se nærmere på hvordan et kostnadselements forventningsverdi og standardavvik blir påvirket av metodevalg ved to faktorer med ulik skjevfordeling. Følgende verdier er lagt til grunn for utregning av ϕ:

ϕ	Best–Sannsynlig–Verst	%-vis spredning
0,2	0,98–1,00–1,004	-2 % til +0,4 %
0,4	0,98–1,00–1,008	-2 % til +0,8 %
0,5	0,98–1,00–1,010	-2 % til +1 %
0,75	0,98–1,00–1,015	-2 % til +1,5 %
1,00	0,98–1,00–1,020	-2 % til +2 %
2,00	0,98–1,00–1,040	-2 % til +4 %
5,00	0,98–1,00–1,100	-2 % til +10 %
7,50	0,98–1,00–1,150	-2 % til +15 %
10,00	0,98–1,00–1,200	-2 % til +20 %

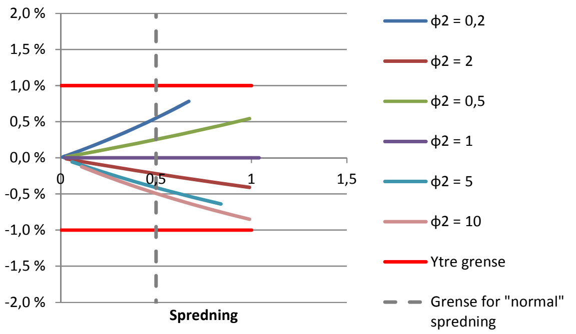
Tabell A.6 ϕ-verdier med spredning som ligger til grunn for figur A.5.

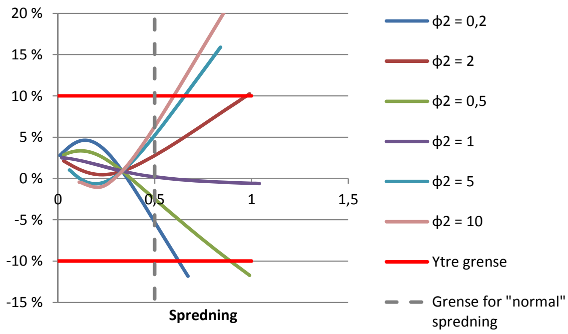


Figur A.5 Forskjell i standardavvik mellom additiv og multiplikativ metode dersom det er to faktorer som virker på kostnadselementet.

I dette eksempelet ble forventningsverdien den samme for alle kombinasjoner av ϕ-verdiene fra tabell A.6 med begge metodene – vi har derfor ikke illustrert dette med figur. I figur A.5 ser vi at uansett hvilken skjevhet de to faktorene har, vil også forskjellen i standardavvik være akseptabel. Dette henger sammen med resultatene vi fant i forsøket i kapittel A.1.2 – der så vi at så lenge spredningen var under 0,6, ville forskjellen i standardavvik være akseptabel. I denne analysen antok vi at maksimal spredning var 0,22 og er dermed godt innenfor grensen vi fant tidligere. Nedenfor ser vi derfor på betydningen av økt spredning.

Vi antar at én faktor er symmetrisk med normalt liten spredning, og ser på hvordan forventningsverdi og standardavvik varierer med faktor 2s ϕ og spredning. Faktor 1 er gitt ved trippelanslag 0,98–1,00–1,02 (det vil si $\phi_1 = 1{,}0$ og spredning = 0,04).





Figur A.6 Forskjell i standardavvik mellom multiplikativ og additiv metode med ϕ_1 med spredning $0{,}98\text{–}1{,}00 - 1{,}02$ *og ulike spredninger for ϕ_2.*

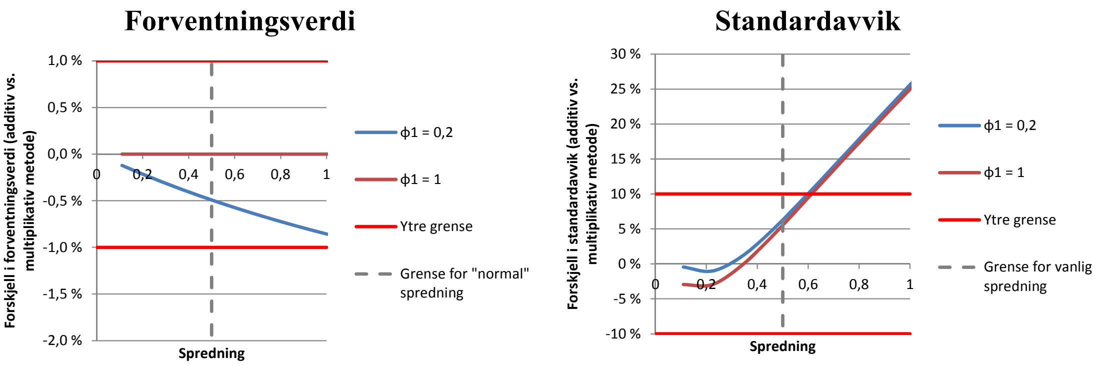
I figur A.6 (venstre) ser vi at den additive metoden gir høyere forventningsverdi når ϕ_2 er lavere enn 1 og lavere når ϕ_2 er høyere, og at avviket øker jo mer ϕ_2 avviker fra 1. Økt spredning gir større avvik i forventningsverdi. Imidlertid er alle avvikene innenfor akseptabel grense (1 % avvik), hvilket innebærer at så lenge et kostnadselement er påvirket av to faktorer der den ene er symmetrisk med liten spredning, vil den additive metoden gi robuste resultater for forventningsverdi.

I figur A.6 (høyre), som viser forskjell i standardavvik, ser vi at jo nærmere ϕ_2 er 1, jo større er aksepten for stor spredning i faktorens usikkerhet. Mens forskjellen i standardavvik er marginal når $\phi_2 = 1$, øker avviket jo skjevere faktoren er. Dersom faktoren er venstreskjev ($\phi_2 < 1$) blir standardavviket lavere ved den additive metoden, mens det trekker motsatt vei dersom faktoren er høyreskjev. Kurvene som illustrerer forskjellen er konvekse når $\phi_2 > 1$, og konkave når $\phi_2 < 1$. De krysser ved spredning på omtrent 0,3, der forskjellen mellom metodene er marginal. Det er verdt å merke seg at innenfor alle normale spredninger er forskjellen i resultatet innenfor akseptabelt nivå.

Når vi sammenligner med figur A.4, der vi hadde et tilfelle med to faktorer med $\phi = 10$, ser vi at vi nå (når den ene faktoren har $\phi = 1$) kan ha større spredning og likevel ha akseptabelt avvik. Ut fra dette kan vi dra følgende konklusjon: *dersom det er flere faktorer som påvirker et kostnadselement vil feilen ved å bruke additiv metode øke jo flere faktorer det er som er meget skjeve. Dersom én faktor er skjev, og en annen er symmetrisk, vil man under normale betingelser ($\phi \leq 10$ og spredning <0,5) få robuste resultater.*

A.1.4 To faktorer som virker i motsatt retning

Vi ønsker nå å se nærmere på hva som skjer dersom faktorene virker i motsatt retning – altså: hvordan blir den forventede kostnaden og P85 påvirket av at noen av faktorene bidrar til økt risiko, mens andre bidrar til mulighet for kostnadsbesparelser. Dette er en utvidelse av forsøket som lå til grunn for figur A.6 – der vi antok at $\phi_1 = 1$ mens vi varierte ϕ_2. Vi legger en meget venstreskjev ϕ_1 til grunn for å sammenligne med resultatene – antatt spredning er 0,9–1,0–1,02 (altså $\phi_1 = 0{,}2$) mens antatt $\phi_2 = 10$. Det vil si at faktor 1 i beste fall bidrar med 5 ganger så høy kostnadsreduksjon som kostnadsøkning, mens faktor 2 i verste fall bidrar med 10 ganger så høy kostnadsøkning som kostnadsreduksjon.



Figur A.7 *Sammenligning av resultatene for* $\phi_2 = 10$ *med ulike spredninger når* $\phi_1 = 1$ *(spredning 0,98–1,00–1,02) og* $\phi_1 = 0{,}2$ *(spredning 0,9–1,0–1,02).*

Figur A.7 (venstre) viser at når $\phi_2 = 10$ og faktor 1 er symmetrisk ($\phi_1 = 1$), vist ved den blå linjen, gir additiv og multiplikativ metode like resultater for forventningsverdien. Dersom vi endrer faktor 1 til å være venstreskjev med $\phi_1 = 0{,}2$ og spredning 0,9–1,0–1,02, blir forventningsverdien lavere ved å bruke den additive metoden (vist ved den burgunderrøde linjen). Vi ser altså at når vi endrer forsøket fra å inneholde én høyreskjev og én symmetrisk faktor til å inneholde to faktorer som virker i motsatt retning så gir de to metodene større forskjell i forventningsverdi, og vi ser at den additive metoden gir lavere forventningsverdi enn den multiplikative metoden. Imidlertid er avviket mellom metodene akseptabelt selv for spredninger som er langt utenfor hva vi har definert som normal spredning.

I figur A.7 (høyre) ser vi at forskjellen i standardavviket blir lite påvirket av å benytte en meget venstreskjev faktor sammenlignet med en faktor som er symmetrisk. Når vi sammenligner med forsøk A.1.2 der vi så på 2 faktorer som hadde $\phi = 10$ ser vi imidlertid at den additive metoden nå gir akseptable resultater for faktorer med stor spredning når dette er faktorer som virker i motsatt retning. Vi kan altså konkludere med at *vi aksepterer høyere spredning og skjevhet i en faktor dersom andre faktorer med lav skjevhet påvirker samme kostnadselement sammenlignet med tilfeller der vi kun har faktorer som er meget skjeve i én retning. Hvor skjev og usikker faktoren kan være avhenger av den eller de andre faktoren(e).*

A.1.5 Tre faktorer som virker i motsatt retning

Vi utvider nå forsøket til å se på hva som skjer med forventningsverdi og standardavvik når det er tre faktorer som påvirker kostnadselementet. Vi gjør dette via tre forsøk: (1) $\phi_1 = 0{,}5$ (venstreskjev/ V) og $\phi_2 = 2$ (høyreskjev/ H), (2) $\phi_1 = 0{,}2$ og $\phi_2 = 5$, og (3) $\phi_1 = 0{,}1$ og

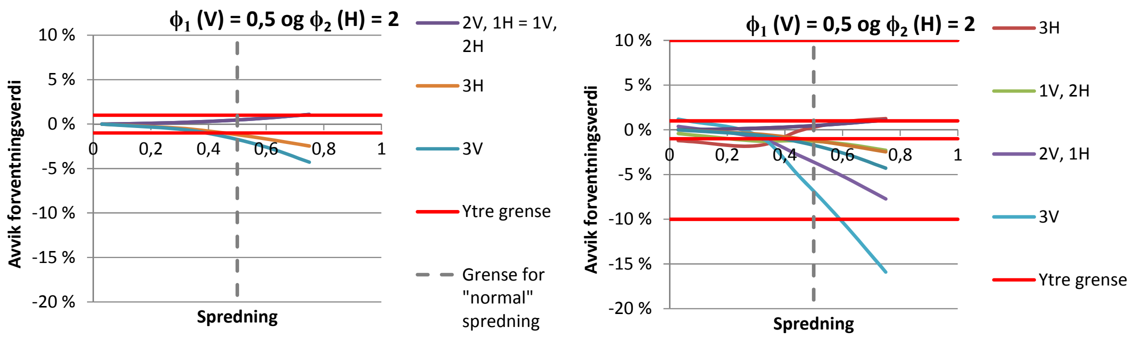
$\phi_2 = 10$. Det er verdt å merke seg at dette innebærer symmetri mellom den høyreskjeve og den venstreskjeve, og at faktorens standardavvik vil være den samme både for ϕ_{lav} og $\phi_{høy}$. I tabellene oppsummerer vi avviket ved å bruke den additive metoden kontra den multiplikative metoden, og i tillegg illustrerer vi avvikene i egne figurer. Vi benytter samme skala i figurene i alle tre forsøkene for at figurene lett skal la seg sammenligne.

Forsøk 1: $\phi_1 = 0,5$, $\phi_2 = 2$

I dette eksempelet har vi sett på ulike kombinasjoner av $\phi_1 = 0{,}5$ (venstreskjev/ V) og $\phi_2 = 2$ (høyreskjev/ H). Det innebærer altså at vi antar risiko for dobbelt så høy kostnadsøkning som -reduksjon i det høyreskjeve tilfellet, mens mulighet for dobbelt så høy kostnadsreduksjon som kostnadsøkning for den venstreskjeve faktoren. I tabell A.7 oppsummerer vi hvor mye resultatene fra den additive metoden avviker fra den multiplikative metoden, som også illustreres i figur A.7.

Spredning	Best-Verst	ϕ_1, ϕ_1, ϕ_1 (3 V)		ϕ_1, ϕ_1, ϕ_2 (2 V, 1 H)		ϕ_1, ϕ_2, ϕ_2 (1 V, 2 H)		ϕ_2, ϕ_2, ϕ_2 (3 H)	
		E	σ	E	σ	E	σ	E	σ
0,03	ϕ_1 : 0,98 – 1,01 ϕ_2 : 0,99 – 1,02	0 %	1 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	-1 %
0,3	ϕ_1 : 0,8 – 1,1 ϕ_2 : 0,9 – 1,2	-1 %	-1 %	0 %	-1 %	0 %	-1 %	0 %	-2 %
0,45	ϕ_1 : 0,7 – 1,15 ϕ_2 : 0,85 – 1,3	-1 %	-5 %	0 %	-3 %	0 %	-1 %	-1 %	0 %
0,6	ϕ_1 : 0,6 – 1,2 ϕ_2 : 0,8 – 1,4	-3 %	-10 %	1 %	-5 %	1 %	-2 %	-2 %	1 %
0,75	ϕ_1 : 0,5 – 1,25 ϕ_2 : 0,75 – 1,5	-4 %	-16 %	1 %	-8 %	1 %	-2 %	-2 %	1 %

Tabell A.7 Forskjell i forventningsverdi og standardavvik mellom multiplikativ og additiv metode med $\phi_1 = 0{,}5$ og $\phi_2 = 2$, med ulike spenn.



Figur A.7 Forskjell i forventningsverdi og standardavvik mellom multiplikativ og additiv metode med $\phi_1 = 0{,}5$ og $\phi_2 = 2$, med ulike spenn.

Figur A.7 (venstre) illustrerer forskjellen i forventningsverdi mellom de to metodene ved å bruke enten tre skjeve faktorer som heller én vei eller at de går hver sin vei. Figuren viser at uansett om det er to venstreskjeve eller to høyreskjeve, så blir avviket i forventningsverdien den samme.

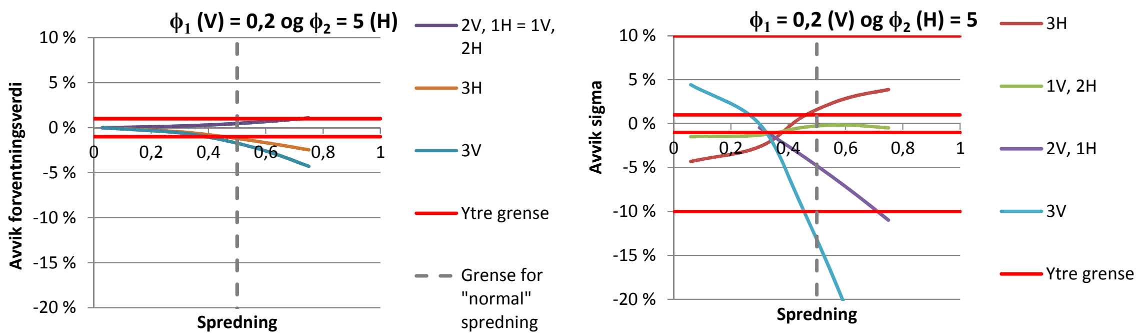
Tre høyreskjeve gir mindre avvik i forventningsverdi enn tre venstreskjeve, og spredningen kan gå opp til 0,4 før avvikene for tre venstreskjeve faktorer blir større enn akseptabelt avvik. Dersom det er tre høyreskjeve faktorer, kan spredningen gå opp til 0,5 før avviket mellom metodene blir for stort. Det tilhører sjeldenhetene at man opplever å ha tre faktorer som er såpass høyreskjeve. Dersom det er en kombinasjon av høyre- og venstreskjeve faktorer, øker spredningen til rundt 0,7 før avviket når den ytre grensen for akseptabelt avvik. Forskjellen i standardavviket, vist i figur A.7 (høyre), når den akseptable grensen for større spredninger enn hva forventningsverdien – altså ser vi bort fra dette.

Forsøk 2: $\phi_1 = 0,2,\ \phi_2 = 5$

I dette eksempelet har vi økt den relative skjevheten til $\phi_1 = 0,2$ (venstreskjev) og $\phi_2 = 5$ (høyreskjev). Det innebærer altså at vi antar risiko for fem ganger så høy kostnadsøkning som -reduksjon i det høyreskjeve tilfellet, mens mulighet for fem ganger så høy kostnadsreduksjon som kostnadsøkning for den venstreskjeve faktoren. I tabell A.8 oppsummerer vi hvor mye resultatene fra den additive metoden avviker fra den multiplikative metoden, som også illustreres i figur A.8.

Spredning	Best-Verst	ϕ_1, ϕ_1, ϕ_1 (3 V)		ϕ_1, ϕ_1, ϕ_2 (2 V, 1 H)		ϕ_1, ϕ_2, ϕ_2 (1 V, 2 H)		ϕ_2, ϕ_2, ϕ_2 (3 H)	
		E	*σ*	*E*	*σ*	*E*	*σ*	*E*	*σ*
0,06	ϕ_1 : 0,95 – 1,01 ϕ_2 : 0,99 – 1,05	0 %	4 %	0 %	1 %	0 %	-1 %	0 %	-4 %
0,3	ϕ_1 : 0,75 – 1,05 ϕ_2 : 0,95 – 1,25	-3 %	0 %	1 %	0 %	1 %	-1 %	-2 %	-3 %
0,45	ϕ_1 : 0,625 – 1,075 ϕ_2 : 0,925 – 1,375	-7 %	-10 %	2 %	-4 %	2 %	0 %	-3 %	1 %
0,6	ϕ_1 : 0,5 – 1,1 ϕ_2 : 0,9 – 1,5	-13 %	-21 %	3 %	-7 %	3 %	0 %	-5 %	3 %
0,75	ϕ_1 : 0,375 – 1,125 ϕ_2 : 0,875 – 1,625	-24 %	-34 %	4 %	-11 %	4 %	0 %	-8 %	4 %

Tabell A.8 Forskjell i forventningsverdi og standardavvik mellom additive og multiplikativ metode med $\phi_1 = 0,2$ og $\phi_2 = 5$.



Figur A.8 Forskjell i forventningsverdi mellom multiplikativ og additiv metode med $\phi_1 = 0,2$ og $\phi_2 = 5$, med ulike spenn.

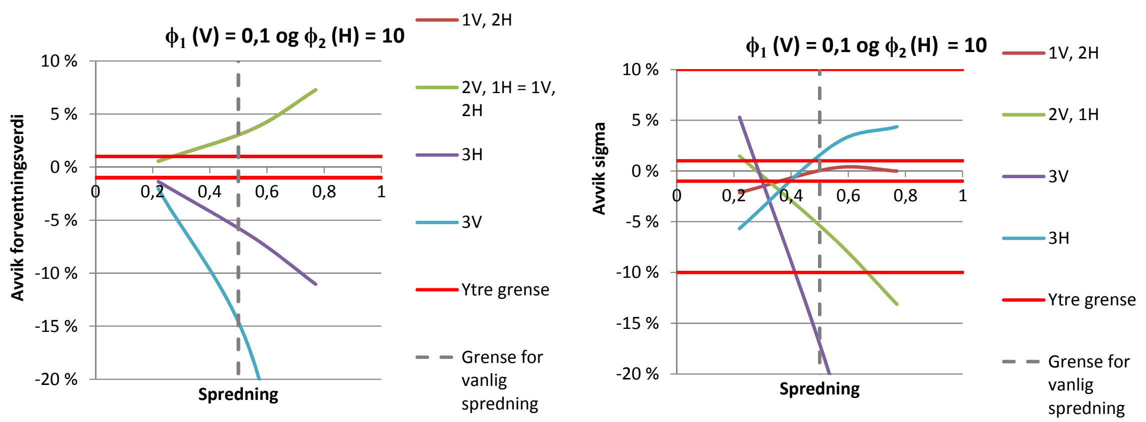
I figur A.8 (venstre) ser vi at akseptabel spredning på faktorene øker dersom faktorene peker i hver sin retning. I dette tilfellet kan spredningen utgjøre omtrent 0,35 før avviket i forventningsverdi blir for stort. Dersom faktorene peker i samme retning, bør ikke spredningen overstige 0,15 – det er altså lavere aksept for stor spredning når faktorene peker i samme retning enn når faktorene peker i hver sin retning. Vi ser også at tre venstreskjeve faktorer blir mer påvirket av metodevalg enn tre høyreskjeve faktorer jo større spredningen blir. Også her ser vi at det er forventningsverdien som blir mest påvirket av metodevalg – forskjellen i standardavvik indikerer at vi kan akseptere spredning på 0,45 dersom det er tre venstreskjeve faktorer, og for de andre tilfellene er spredningen langt utenfor normalt spredningsnivå før man når ytre grense for akseptabelt avvik.

Forsøk 3: $\phi_1 = 0,1,\ \phi_2 = 10$

I forsøk 3 har vi økt de relative spredningene til tilfeller der det er risiko for 10 ganger så høy kostnadsøkning som -reduksjon i det høyreskjeve tilfellet, mens motsatt virkning for den venstreskjeve faktoren. I tabell A.9 oppsummerer vi hvor mye resultatene fra den additive metoden avviker fra den multiplikative metoden, som også illustreres i figur A.9.

Spredning	Best-Verst	ϕ_1, ϕ_1, ϕ_1 (3 V)		ϕ_1, ϕ_1, ϕ_2 (2 V, 1 H)		ϕ_1, ϕ_2, ϕ_2 (1 V, 2 H)		ϕ_2, ϕ_2, ϕ_2 (3 H)	
		E	σ	E	σ	E	σ	E	σ
0,22	ϕ_1 : 0,8 – 1,02 ϕ_2 : 0,99 – 1,05	-2 %	5 %	1 %	1 %	1 %	-2 %	-1 %	-6 %
0,55	ϕ_1 : 0,5 – 1,05 ϕ_2 : 0,95 – 1,5	-18 %	-21 %	4 %	-7 %	4 %	0 %	-7 %	3 %
0,77	ϕ_1 : 0,3 – 1,07 ϕ_2 : 0,93 – 1,7	-46 %	-45 %	7 %	-13 %	7 %	0 %	-11 %	4 %

Tabell A.9 Forskjell i forventningsverdi og standardavvik mellom additive og multiplikativ metode med $\phi_1 = 0{,}1$ *og* $\phi_2 = 10$.



Figur A.9 Forskjell i forventningsverdi mellom multiplikativ og additiv metode med $\phi_{lav} = 0{,}1$ *og* $\phi_2 = 10$, *med ulike spredninger.*

I figur A.9 (venstre) ser vi at til tross for at faktorene kan til en viss grad oppveie hverandre, kan ikke spredningen overstige 0,2 før man når ytre grense for akseptabelt avvik. Det er imidlertid verdt å merke seg at selv en spredning på 0,2 er relativt stort, og i de fleste tilfeller vil faktorer som påvirker kostnadselementer være lavere enn dette – og dermed medføre at begge metodene kan gir tilnærmet like resultater til tross for skjeve faktorer.

Ser man på forskjell i standardavvik, ser vi at både 3 høyreskjeve og kombinasjonen 1 venstreskjev +2 høyreskjeve faktorer gir akseptable avvik uansett spredning, mens dersom vi øker antall venstreskjeve faktorer gir den additive metoden lavere standardavvik enn den multiplikative metoden jo flere venstreskjeve faktorer det er. Imidlertid ser vi at selv med 3 venstreskjeve faktorer, når vi først den ytre grensen for akseptable avvik når disse tre faktorene har spredning på 0,4. Det er altså avvikene i forventningsverdien som legger begrensningen på metodevalg.

Delkonklusjon
I alle eksemplene ser vi at avviket i estimeringen av forventningsverdien reduseres dersom vi har faktorer som virker i begge retninger, og at avvikene mellom metodene blir større jo mer skjevfordelte faktorene er. Erfaringsmessig vet vi at i de fleste tilfeller har faktorene som påvirker et kostnadselement lavere spredning enn 0,2, hvilket medfører at den additive metoden gir avvik som er innenfor det vi aksepterer.

A.2 Konklusjon

Vi har nå sett at det er flere forhold som påvirker hvorvidt den additive metoden gir resultater som er gode nok i de tilfellene hvor det hadde vært riktig å bruke den multiplikative metoden:

- Faktorenes skjevhet
- Faktorenes spredning
- Hvor mange faktorer som påvirker kostnadselementet
- Faktorenes relative skjevhet

Det er derfor vanskelig å lage en tabell over når den additive metoden gir tilfredsstillende resultater. Erfaringsmessig vet vi at faktorer som påvirker et kostnadselement sjelden overstiger ±20 %, og vi har satt grensen for "normal" spredning til ±25 % i våre analyser – altså spredning på 0,5. Kostnadselementet vi har lagt til grunn for undersøkelsene har ±17 %, og er derfor innenfor det vi kaller "normal" spredning, men vi vil likevel anse spredningen for å være stor. Det gjør at resultatene vi har funnet i våre forsøk er relativt robuste for valg av spredning på kostnadselement. Basert på disse forutsetningene har vi funnet at:

- Ved *symmetriske faktorer* blir ikke forventningsverdien påvirket av metodevalg, kun standardavviket (og dermed P85). Vi har testet for opp mot 4 faktorer med stor spredning. Vi fant at så lenge det er 2 faktorer med stor spredning (opp mot ±75 %), vil metodevalg være ubetydelig for estimeringen av P85. Dersom antall faktorer øker til 3, bør ikke spredningen overstige ±60 %, mens 4 faktorer kan ha spredning på opp mot ± 45 % før metodevalg vil gi for store forskjeller for standardavviket. Alle disse tilfellene innebærer en mye større spredning enn det vi vil anse for å være normalt. Altså kan vi konkludere med at den additive metoden gir robuste resultater når faktorene er symmetriske. Resultatene for når den additive metoden gir gyldige resultater er oppsummert i figur A.10.

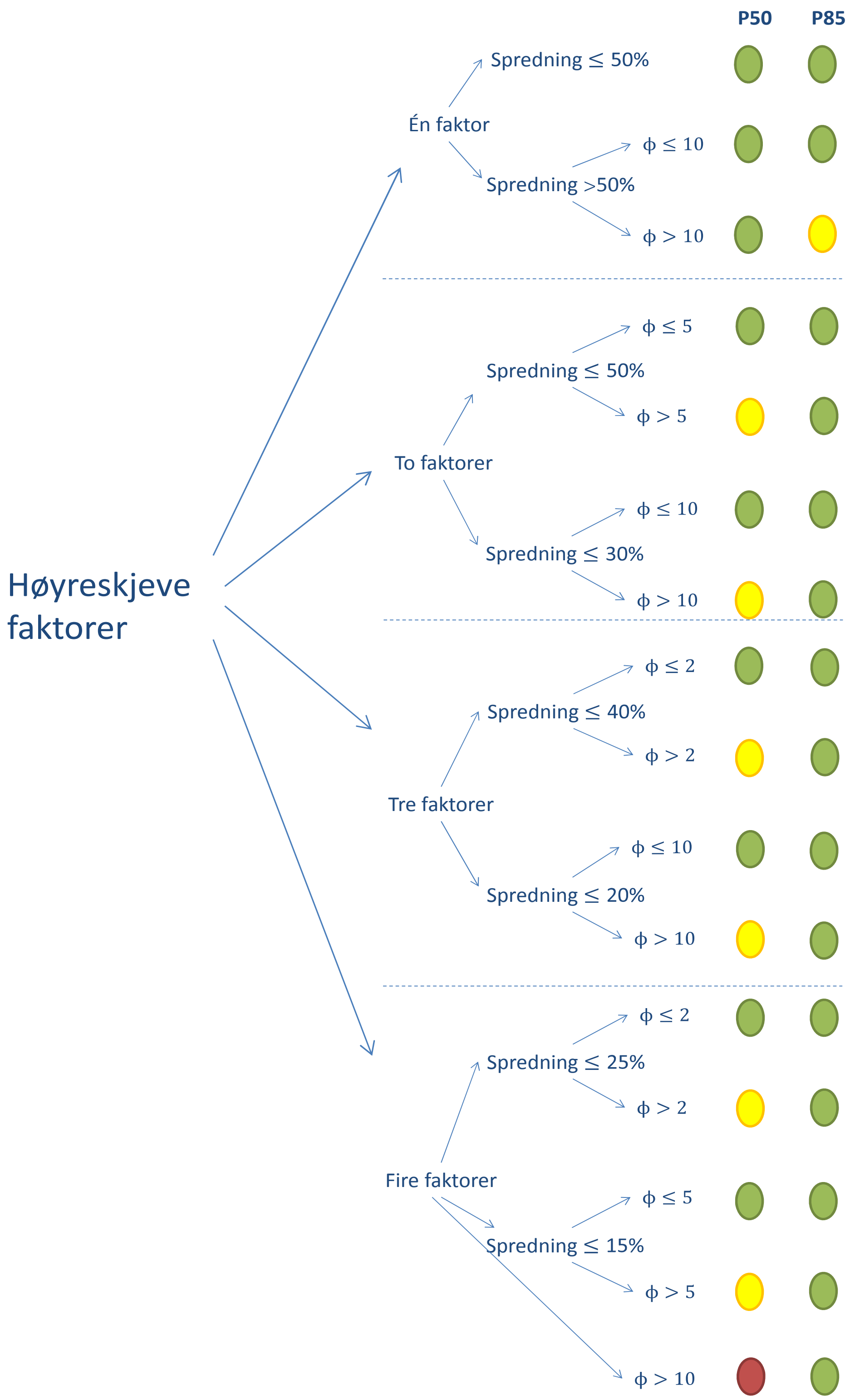
Figur A.10 Gyldighetsområde for symmetriske faktorer. Grønn sirkel indikeregyldige resultater med den additive metoden, mens rød sirkel indikerer at metoden ikke er gyldig.

- Ved flere *høyreskjeve faktorer* kan den additive metoden underestimere P50.

    - Dersom kun én faktor er høyreskjev blir ikke forventningsverdien påvirket av metodevalg, men standardavviket kan få for store avvik ved bruk av den additive metoden. Den additive metoden gir robuste resultater frem til spredningen overstiger 0,5, og dernest må man ta hensyn til hvordan denne spredningen er fordelt. Hvis denne er fordelt eksempelvis 0,95–1–1,5 (altså en meget høyreskjev fordeling med $\phi = 10$ og spredning på 0,55), vil standardavviket (og dermed P85) kunne bli overestimert ved bruk av den additive metoden.

    - Dersom mer enn én faktor er høyreskjev med spredning på over 0,3 må man være oppmerksom på at det er fare for å underestimere forventningsverdien (og dermed P50). Hvis spredningen eksempelvis er fordelt 0,95–1–1,25 ($\phi = 5$) vil den additive metoden gi akseptabel forventningsverdi og standardavvik dersom det kun gjelder 2 faktorer, men gi for store avvik dersom det gjelder flere faktorer.

Resultatene for når den additive metoden gir gyldige resultater for høyreskjeve faktorer er oppsummert i figur A.11:



Figur A.11 Gyldighetsområde for bruk av additiv metode for høyreskjeve faktorer (der vi antar at faktorene er like). Grønn sirkel indikerer gyldige resultater, gul sirkel indikerer at man må være oppmerksom på at det er fare for feilestimering av forventningsverdi (P50), standardavvik (påvirker P85) eller begge, mens rød sirkel indikerer at metoden gir feil resultater.

- Dersom et kostnadselement er påvirket av *flere faktorer med ulik skjevhet*, utjevner de hverandre til en viss grad og gir mer robuste resultater for forventningsverdien. Det vil altså si at det er større aksept for en veldig skjev faktor dersom de øvrige faktorene som påvirker kostnadselementet enten er lite skjeve eller er skjev i motsatt retning.
- Avviket i standardavviket (og dermed også P85) er avhengig av *hvor stor spredning faktorene har*. Den additive metoden gir akseptable standardavvik uavhengig av den relative skjevheten ϕ så lenge faktorene har "normal" spredning (se forsøkene i kapittel A.1.2).

Hvordan lese eksempel 7 i figur A.10 og A.11?

I eksempel 7 hadde vi et kostnadselement som var påvirket av to faktorer, hvorav den ene (*Valuta*) var symmetrisk og den andre (*Bemanning*) hadde forholdet 1:2 mellom *best* og *verst*-estimatene, altså $\phi = 2$. De prosentvise spredningene i de to faktorene utgjorde henholdsvis 10 % og 12 %.

Vi vet at metodefeilen er lavere ved symmetriske faktorer, derfor tar vi utgangspunkt i eksempelet som om begge faktorene skulle hatt den samme høyreskjeve fordelingen. I figur A.11 ser vi at dersom et kostnadselement er påvirket av *to* faktorer som har $\phi < 5$ (altså forholdet mellom *best* og *verst* lavere enn 1:5), og har spredning < 50 %, så vil metoden gi gyldige resultater. Siden kun den ene faktoren er høyreskjev, vil det si at vi kan akseptere høyere spredning når den andre er symmetrisk. Uansett vil den additive metoden gi gyldige resultater siden begge faktorene har så lav spredning.

Vedlegg B Trinnvismodellen implementert i Microsoft Excel

Trinnvismodellen som beskrevet i denne rapporten er enkel å implementere i Microsoft Excel. Dette vedlegget inneholder skjermdump for et generisk oppsett, der formelverket vises. Merk at faktormatrisen må inneholde tallverdier (én eller null) for at matrisemultiplikasjonen skal fungere, der nuller er skjult i visningen. Et nyttig tips kan også være å holde inne [Ctrl]+[Shift]+[Enter] dersom man får feilmelding ved matrisemultiplikasjon.

Trippelestimat for kostnadspostene

		Best	Probable	Worst
4	Levetidskostnad uten faktorusikkerhet			
5	Estimatusikkerhet			
6	Fly og reservedeler			
7	Basiskonfigurasjonen	1800	2000	2200
8	Konfigurasjonsspesifikke tillegg	180	200	220
9	Initiell software	90	100	110
10	GFE	90	100	110
11	Initialt reservedelslager	270	300	330
12	Reserve1	0	0	0
13	Reserve2	0	0	0
14	Programkostnader	198	220	242
15	EBA	450	500	550
16	Oppgraderinger og MLU	495	550	605
17	Drift utenom Fuel			
18	Materiell	2700	3000	3300
19	Personell	2250	2500	2750
20	Operativt personell	225	250	275
21	Reserve1	0	0	0
22	Fuel	675	750	825
23	Avhending/restverdi	-45	-50	-55

Forventning og standardavvik for kostnadspostene

	E	Δ	σ
4	10420	0	162
5			
6	2700		161
7	20[illegible]	0	15[illegible]
8	200	0	16
9	100	0	8
10	100	0	8
11	300	0	24
12	0	0	0
13	0	0	0
14	220	0	17
15	500	0	40
16	550	0	43
17	5750	0	309
18	3000	0	237
19	2500	0	198
20	250	0	20
21	0	0	0
22	750	0	59
23	-50	0	-4

=(0.42*C6+B6+D6)/2.42

=(D6-B6)/2.53

Faktormatrisen

	Valuta	Drifstoffusikkerh	Faktor3	Faktor4	Faktor5	Faktor6	Faktor7	Faktor8	Faktor9
4									
5									
6	1	1				1		1	1
7					1				
8							1		
9	1			1			1		
10			1						
11									
12		1		1					
13				1					
14					1		1		
15									
16									
17									1
18									
19									
20									
21									
22									
23									

Trippelestimat for faktorene

	Faktorusikkerhet			
32	Valuta	1.04	1.08	1.13
33	Drifstoffusikkerhet	0.99	1	1.02
34	Faktor3	1	1	1.04
35	Faktor4	0.88	1	1.12
36	Faktor5	0.99	1	1.01
37	Faktor6	0.85	1	1.11
38	Faktor7	0.93	1	1.08
39	Faktor8	0.96	1	1.04
40	Faktor9	0.94	0.99	1.05

=(D31-B31)/2.53*(L31+J31)

=((0.42*C31+B31+D31)/2.42-1)*(J31-1)

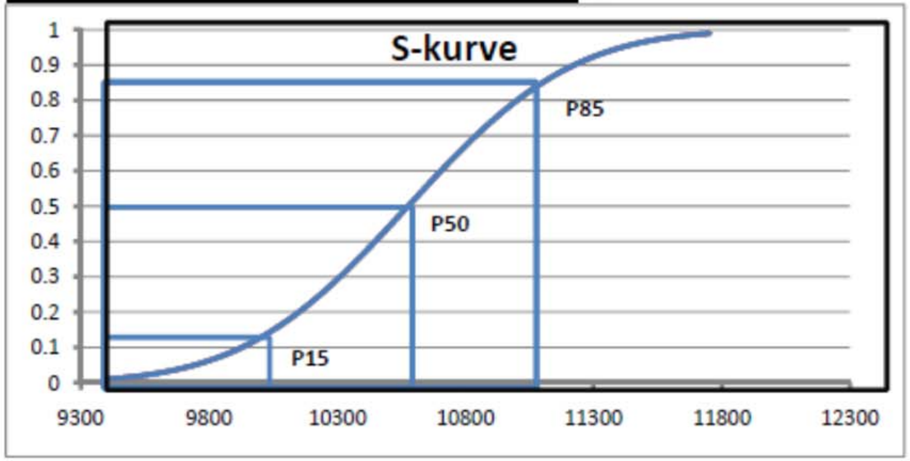
Faktor virker på	σ	Forventet faktortillegg
2800	[illegible]98	[illegible]
2700	32	11
100	2	2
100	9	
2220	18	
2700	273	-45
520	31	2
2700	85	
8450	365	-50

=TRANSPONER(MMULT(TRANSPONER($F$3:$F$22),$O$3:$W$22))

Resultater

=I3
=ROT(SUMMERKVADRAT(K31:K42))

	σ	E	
Levetidskostnad uten faktorusikkerhet	162	10420	=F3
Faktorusikkerhet	479	156	=SUMMER(L31:L42)
Totalkostnad	505	10576	=AT4+AT3
P50		10576	=AT5
P85		11100	=NORMINV(85%,$AT$5,$AS$5)



Beregning for S-kurve

Persentil	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	11 %	12 %	13 %	14 %	15 %	16 %
Verdi	9400	9538	9626	9691	9745	9790	9830	9866	9899	9928	9956	9982	10007	10030	10052	10074

=NORMINV(AO30,$AT$5,$AS$5)

Referanser

Austeng, K., Binz, V. og F. Drevland (2005a): "Usikkerhetsanalyse – Feilkilder i metoder og beregning". Concept rapport 13

Austeng, K., Midtbø, J.T., Jordanger, I., Magnussen, O.M. og O. Torp (2005b): "Usikkerhetsanalyse – Kontekst og grunnlag". Concept rapport 10

Austeng, K. et al. (2005c): "Usikkerhetsanalyse – Metoder". Concept rapport 12

Blumenfeld, D. (2001): "Operations Research Calculations Handbook". CRC Press LLC, 2001, ISBN 0-8493-3127-1

Drevland, F., Austeng, K. og O. Torp (2005): "Usikkerhetsanalyse – Modellering, estimering og beregning av. Teoretisk grunnlag". Concept rapport 11

Finansdepartementet (2005): Veileder, "Veileder i samfunnsøkonomiske analyser", september 2005

Finansdepartementet (2008): Veileder nr. 4 "Kvalitetssikring av konseptvalg, samt styringsunderlag og kostnadsoverslag for valgt prosjektalternativ – Systematisk usikkerhet". Basert på et utkast utarbeidet under ledelse av Dovre International AS, Versjon 1.0, datert 11.3.2008. Tilgjengelig fra
http://concept.ntnu.no/Publikasjoner/Veileder/Veilder_nr4_systematisk_usikkerhet.pdf

Klakegg, O.J. (2003): "Finansdepartementet. Kvalitetssikring av kostnadsoverslag, herunder risikoanalyse for store statlige investeringer. Felles begrepsapparat"

Løvås, G. (2004): "Statistikk for universiteter og høgskoler". 2.utgave. Universitetsforlaget. Oslo

NASA (2004): "2004 NASA Cost Estimating Handbook". Tilgjengelig fra www.ceh.nasa.gov

Nilssen, J.E. et al. (2004): " Håndbok for kostnadsberegninger ved Forsvarets forskningsinstitutt", FFI/Rapport-2004/02969. ISBN 82-464-0947-6

Norges offentlige utredninger (NOU 2012:16): "Samfunnsøkonomiske analyser"

PRINSIX nettverksportal: prinsix.forsvaret.no

PRINSIX (2008): "Veiledning i håndtering av usikkerhet". 2. utgave. Tilgjengelig fra http://prinsix.forsvaret.no/maler/Documents/Veiledere/Veileder usikkerhet PRINSIX.pdf

Sendstad, C. og A. Røtvold (2014): "Dokumentasjon av Kampflyprogrammets modell for levetidskostnadsberegninger – oppdatert 2014". FFI-rapport 2014/02185. UNNTATT OFFENTLIGHET

Statens Vegvesen (1995): "Håndbok 14: Konsekvensanalyser". Oslo

Torp, O., Magnussen, O.M., Olsson, N. og O.J. Klakegg (2006): "Kostnadsusikkerhet i store statlige investeringsprosjekter". Concept rapport 15

Rice, J.A. (1995): "Mathematical Statistics and Data Analysis". 2. utgave. Duxbruy Press, ISBN 0-534-20934-3

Sandvik, B. (2003): "Innføring i finansteori". Fagbokforlaget 2003, ISBN 82-7674-901-1

Senter for statlig økonomistyring (2006): "Veileder, Behandling av usikkerhet i samfunnsøkonomiske analyser"

Vennemo, H. (2011): "Systematisk usikkerhet i praktiske samfunnsøkonomiske analyser", Vista Analyse 11. november 2011

Vennemo, H., Hoel, M. og H. Wahlquist (2013): "Analyse av systematisk usikkerhet i norsk økonomi", Concept rapport nr. 32.

Young, P.H. (1992): "FRISK – Formal Risk Assessment of System Cost Estimates", 1992 Aerospace Design Conference, February 3-6, 1992, Irvine, CA