

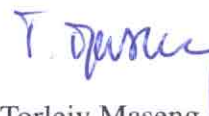
FFI RAPPORT

KORRELASJONS- OG DOPPLER- EGENSKAPENE TIL EN KLASSE LINEÆRE FASEKODEDE SIGNALER

LARSEN Svein Sigurd

FFI/RAPPORT-2000/06134

Godkjent
Kjeller 19 desember 2000



Torleiv Maseng
Forskningsjef


**KORRELASJONS- OG DOPPLER-
EGENSKAPENE TIL EN KLASSE
LINEÆRE FASEKODEDE SIGNALER**

LARSEN Svein Sigurd

FFI/RAPPORT-2000/06134

FORSVARETS FORSKNINGSINSTITUTT
Norwegian Defence Research Establishment
Postboks 25, 2027 Kjeller, Norge

REPORT DOCUMENTATION PAGE

<p>1) PUBL/REPORT NUMBER FFI/RAPPORT-2000/06134</p> <p>1a) PROJECT REFERENCE FFIE/726/170</p>	<p>2) SECURITY CLASSIFICATION UNCLASSIFIED</p> <p>2a) DECLASSIFICATION/DOWNGRADING SCHEDULE</p>	<p>3) NUMBER OF PAGES 55</p>		
<p>4) TITLE KORRELASJONS- OG DOPPLEREGENSKAPENE TIL EN KLASSE LINEÆRE FASEKODEDE SIG- NALER (CORRELATION AND DOPPLER PROPERTIES OF A CLASS OF BALANCED BINARY RADAR- CODES)</p>				
<p>5) NAMES OF AUTHOR(S) IN FULL (surname first) LARSEN Svein Sigurd</p>				
<p>6) DISTRIBUTION STATEMENT Approved for public release. Distribution unlimited (Offentlig tilgjengelig)</p>				
<p>7) INDEXING TERMS</p> <table border="0"> <tr> <td data-bbox="276 911 922 1281"> <p>IN ENGLISH:</p> <p>a) <u>Radarcodes</u></p> <p>b) <u>Autocorrelation</u></p> <p>c) <u>Crosscorrelation</u></p> <p>d) <u>Correlationloss due to dopplershift</u></p> <p>e) _____</p> </td> <td data-bbox="922 911 1522 1281"> <p>IN NORWEGIAN:</p> <p>a) <u>Radarkoder</u></p> <p>b) <u>Autokorrelasjon</u></p> <p>c) <u>Krysskorrelasjon</u></p> <p>d) <u>Korrelasjonstap pga dopplerskift</u></p> <p>e) _____</p> </td> </tr> </table> <p>THESAURUS REFERENCE:</p>			<p>IN ENGLISH:</p> <p>a) <u>Radarcodes</u></p> <p>b) <u>Autocorrelation</u></p> <p>c) <u>Crosscorrelation</u></p> <p>d) <u>Correlationloss due to dopplershift</u></p> <p>e) _____</p>	<p>IN NORWEGIAN:</p> <p>a) <u>Radarkoder</u></p> <p>b) <u>Autokorrelasjon</u></p> <p>c) <u>Krysskorrelasjon</u></p> <p>d) <u>Korrelasjonstap pga dopplerskift</u></p> <p>e) _____</p>
<p>IN ENGLISH:</p> <p>a) <u>Radarcodes</u></p> <p>b) <u>Autocorrelation</u></p> <p>c) <u>Crosscorrelation</u></p> <p>d) <u>Correlationloss due to dopplershift</u></p> <p>e) _____</p>	<p>IN NORWEGIAN:</p> <p>a) <u>Radarkoder</u></p> <p>b) <u>Autokorrelasjon</u></p> <p>c) <u>Krysskorrelasjon</u></p> <p>d) <u>Korrelasjonstap pga dopplerskift</u></p> <p>e) _____</p>			
<p>8) ABSTRACT This report gives the correlation and doppler properties of 10 balanced binary radarcodes. By autocorrelation simulations the sidelobelevels of the codes are presented while crosscorrelation simulations give the orthogonality of the codes. The last part of the report presents the correlationloss on the codes due to dopplershift on the code and on the carrier.</p>				
<p>9) DATE 19 December 2000</p>	<p>AUTHORIZED BY This page only  Torleiv Maseng</p>	<p>POSITION Director of Research</p>		

INNHOOLD

	Side
1	INTRODUKSJON 5
2	BAKGRUNN 5
2.1	Multistatisk radarsystem 5
2.2	Signalflyt i en støyradar 6
2.3	Koding av radarsignaler 8
3	TEORI 9
3.1	Matched filtrering 9
3.2	Korrelasjon i radar 11
3.3	Dopplerskift 14
3.4	Ambiguitetsfunksjonen og oppløsning i avstand og hastighet 16
3.5	Kodene 21
4	KORRELASJONSEGENSKAPER VED NULL DOPPLERSKIFT 22
4.1	Simuleringer 22
4.2	Resultater og diskusjon 23
4.2.1	Autokorrelasjonsegenskapene til kodene 23
4.2.2	Krysskorrelasjonsegenskapene til kodene 25
4.2.3	Korrelasjonssimulering av en kode bestående av flere FFI-koder 27
4.2.4	Autokorrelasjon med støy på kodene 29
4.2.5	Autokorrelasjonens hovedlobe og oppløsning i avstand 30
5	KORRELASJONSTAP SOM FØLGE AV DOPPLERSKIFT PÅ KODEN 31
5.1	Dopplerskift på koden 32
5.2	Simuleringer med resultater og diskusjon 34
6	KORRELASJONSTAP SOM FØLGE AV DOPPLERSKIFT PÅ BÆREBØLGEN 38
6.1	Dopplerskift på bærebølgen 38
6.2	Simuleringer med resultater og diskusjon 39
7	OPPSUMERING OG KONKLUSJON 43
7.1	Korrelasjonsegenskapene til kodene 43
7.2	Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på koden 44
7.3	Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på bærebølgen ... 44
	Litteratur 45

APPENDIKS

A	UTLEDNING AV DOPPLERSKIFT - MONOSTATISK RADARTILFELLE	46
B	MATLAB PROGRAMMERINGSKODE	48
B.1	Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på koden	48
B.2	Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på bærebølgen ...	49
B.3	Generering av tilfeldig støy	50
C	PLOTT AV KORRELAŞJONSTAP SOM FØLGE AV DOPPLERSKIFT PÅ KODENE	51
D	SYMBOLLISTE	54

KORRELASJONS- OG DOPPLEREGENSKAPENE TIL EN KLASSE LINEÆRE FASEKODEDE SIGNALER

1 INTRODUKSJON

Denne rapporten er utarbeidet som en diplomoppgave ved Fakultet for elektroteknikk og telekommunikasjon, NTNU, gitt av Forsvarets Forskningsinstitutt. Oppgaven bestod i å undersøke doppler- og korrelasjons- egenskapene et sett med utdelte binære radarkoder, samt skrive en teoridel omkring dette temaet.

Rapporten består av totalt 7 kapitler og 4 vedlegg. Kort oppsummering av kapitlenes innhold er gitt under.

Kapittel 2 gir en bakgrunn i hvorfor man ønsker å undersøke radarkodene. Man gir en beskrivelse av et fremtidig multistatisk radarsystem, koding av radarsignaler og ser på signalflyten i en støyradar.

Kapittel 3 er en teoridel. Kapitlet omhandler emnene matched filtrering, ambiguitetsfunksjonen, korrelasjon, dopplerskift, avstands- og hastighets- oppløsning i en radar, og tilslutt en gjennomgang av algoritmen for utvikling av de gitte radarkodene.

Kapittel 4 gir beskrivelse og resultater av simuleringene av korrelasjonsegenskapene til kodene. Her tar man blant annet for seg autokorrelasjonen til kodene, krysskorrelasjonen mellom kodene og hvordan addert støy påvirker korrelasjonene.

Kapittel 5 gir simuleringsresultatene og beskrivelsen av hvordan dopplerskift på selve koden gir et korrelasjonstap.

Kapittel 6 tar for seg korrelasjonstap som følge av dopplerskift på bærebølgen. Kodene er nå modulert på en bærebølge. Her kobles resultatene opp mot teorien gitt i kapittel 3.

Kapittel 7 gir en kortfattet oppsummering og konklusjon på simuleringene.

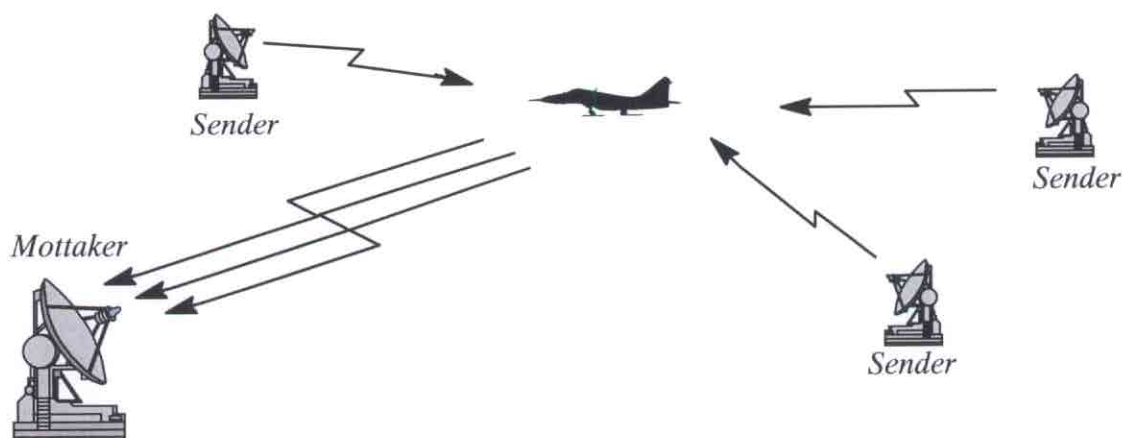
Vedleggene består av matematiske utledninger, plott, symbolliste og noe Matlab programmeringskode.

2 BAKGRUNN

2.1 Multistatisk radarsystem

Utgangspunktet for undersøkelsene omkring de gitte kodene er å se hvorvidt de er egnet til bruk i et multistatisk radarsystem. Et multistatisk radarsystem kan kort beskrives som et

system der man har mange sendere plassert rundt omkring i terrenget og en sentralt plassert mottaker. Dette kan illustreres som i fig 2.1.



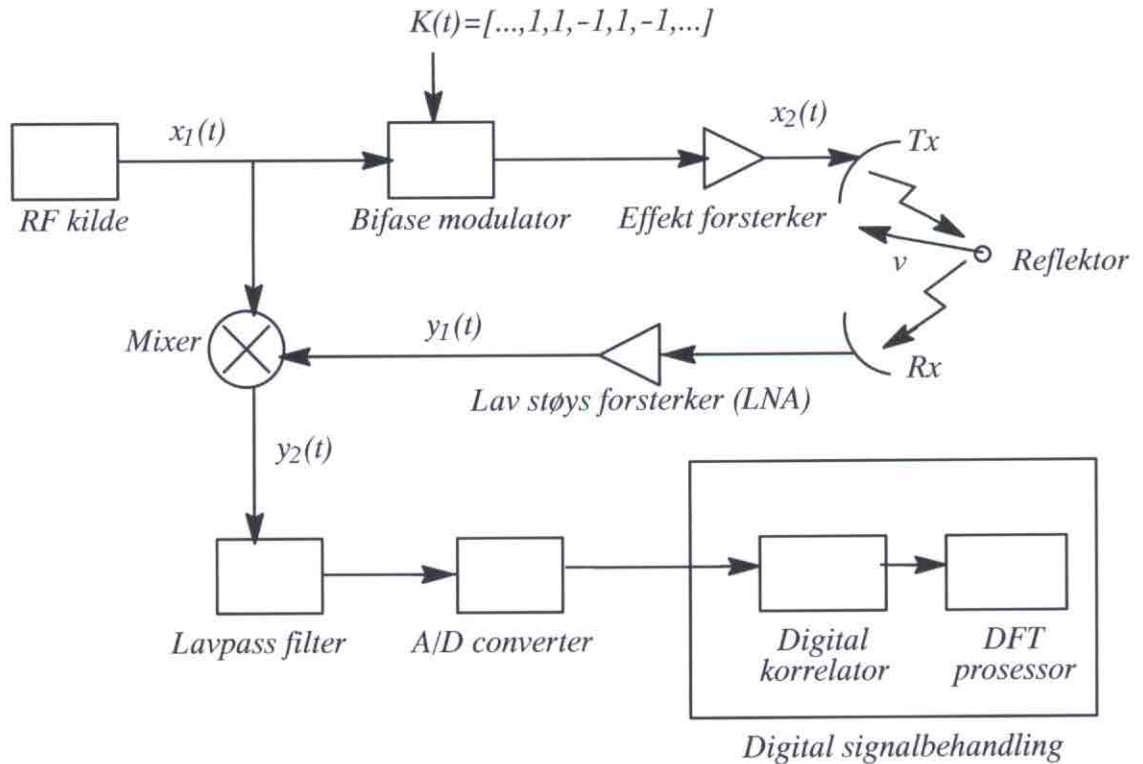
Figur 2.1 Multistatisk radarsystem

Hver enkelt radarsender sender ut ulike koder. Kodene vil være fasekodete signaler og i prinsippet sendes det ut et spredt spektrum signal ved lav effekt. For andre som ikke har kjennskap til kodene vil dette oppfattes som støy, noe som i en militær sammenheng er viktig for å unngå å bli oppdaget og peilet inn. Ettersom man har signaler fra flere ulike sendere vil det i mottakeren foregå en forholdsvis komplisert signalbehandling. Denne signalbehandlingen består i å skille ut de ulike signalene som kommer inn og finne tidsforsinkelse og dopplerskift på disse. Det er spesielt i denne sammenheng at valg av kodetype er viktig. For å kunne skille kodene fra de ulike senderne fra hverandre bør de ha stor grad av ortogonalitet. Det vil si at krysskorrelasjonen mellom de er så lav som mulig. Oppløsningen som kodene kan gi i avstand og hastighet er avhengig av henholdsvis autokorrelasjonen til kodene og korrelasjonstapet som funksjon av dopplerskift på kodene. Av den grunn er også selve autokorrelasjonen og doppleregenskapene til kodene også viktige elementer.

Det er med bakgrunn i dette radarsystemet man ønsker å undersøke egenskapene til et sett med koder. De spesifikke kodene og deres algoritme kommer man nærmere inn på i kapittel 3.7.

2.2 Signalflyt i en støyradar

For å få en oversikt over hvordan en støyradar fungerer gir figur 2.2 et enkelt blokkskjema over signalflyten i støyradaren. En støyradar er en radar som sender ut fasekodete signaler som vil virke som støy for en mottaker uten kjennskap til kodene som sendes ut.



Figur 2.2 Signalflyt i en støyradar.

Parameterne i figur 2.2 er gitt slik at:

- $x_1(t) = A_0 e^{i(2\pi f_c t + \phi_0)}$ angir bære­bølgen til det utsendte signalet der A_0 er amplituden, f_c er bære­bøl­ge­frekvensen og ϕ_0 er det konstante fase­leddet til bære­bøl­gen.
- $K(t)$ angir koden til utsendt signal. $K(t)$ er en stykkevis kontinu­erlig funksjon som antar verdiene 1 og -1.
- $x_2(t) = K(t) A_1 e^{i(2\pi f_c t + \phi_0)}$ angir utsendt signalet etter fase­koding og forsterkning. A_1 er den nye amplituden etter forsterkning.
- $y_1(t) = K(t) A_2 e^{i(2\pi(f_c + f_D)t + \phi_0)}$ er mottatt signal etter refleksjon fra en reflektor med hastighet v . Signalet er dopplerskiftet med en doppler­frekvens f_D og signaldempingen på grunn av transmisjon gir en ny amplitude A_3 .
- $y_2(t) = K(t) A_3 e^{i(2\pi f_D t + \phi_1)}$ er mottatt signal etter ned­mik­sing med utsendt bære­bølge.

Etter ned­mik­sing­en av mottatt signal foregår en filtrering og en digitalisering av signalet før signal­be­hand­ling­en. I signal­be­hand­ling­en hentes informasjon om tids­for­sinkelse og dopplerskift på signalet ut ved hjelp av en digital korrelator og en Diskret Fourier Transform (DFT) prosessor. Dette gir da informasjon om avstand og hastighet til reflektoren.

2.3 Koding av radarsignaler

For å forstå hvorfor man ønsker å kode et radarsignal kan man ta utgangspunkt i radarligningen. Radarligningen hentet fra (1) er gitt ved

$$SNR = \frac{P_{ave} T_I G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 k_b T_s L} \quad (2.1)$$

Her er signal-støy-forholdet til mottatt signal gitt ved SNR , gjennomsnittlig sender effekt ved P_{ave} , senderens gain ved G , radartverrsnittet til et mål ved σ , utsendt bølgelengde ved λ , målets belysningstid ved T_I , Boltzmanns konstant ved $k_b = 1.38 \cdot 10^{-23} [Ws/K]$, den termiske systemstøyen ved T_s , generelle tap ved L og avstanden til målet er gitt ved R .

I en radar ønsker man størst mulig sannsynlighet for deteksjon, P_D . Fra (1) har en at denne sannsynligheten er definert ved

$$SNR = A + 0.12AB + 1.7B \quad (2.2)$$

der

$$A = \ln \frac{0.62}{P_{FA}}, \quad B = \ln \frac{P_D}{1 - P_D} \quad (2.3)$$

Her er sannsynlighet for falsk alarm gitt ved P_{FA} . Antar man en konstant sannsynlighet for falsk alarm ser man av ligning (2.2) og (2.3) at ved å øke SNR vil sannsynligheten for deteksjon også øke.

Dermed ønsker man altså størst mulig SNR for å oppnå størst mulig sannsynlighet for deteksjon. Ser man på ligning (2.1) så er det en rekke faktorer som påvirker SNR . Noen av disse faktorene kan man som radardesigner påvirke mens andre igjen er avhengige av målet og dets bevegelse. Den gjennomsnittlig utsendte effekten, P_{ave} , er en faktor man kan påvirke. Denne effekten er fra (1) gitt som

$$P_{ave} = P_T t_p PRF \quad (2.4)$$

Her er t_p definert som pulslengden i tid til utsendt radarpuls, P_T utsendt effekt til den enkelte radarpuls og PRF er Puls Repetisjons Frekvensen. Disse faktorene påvirker den utsendte gjennomsnittseffekten. I en radarsituasjon ønsker man å holde effekten i hver enkelt puls, P_T , så lavt nede som mulig. Årsaken til dette er at kompleksiteten til senderen går ned ved lavere effekt samtidig vil det i en militær sammenheng være vanskeligere å oppdage og peile inn en sender med lav effekt. Gjennomsnittseffekten, P_{ave} , derimot ønsker man at skal være så høy som mulig for å gi et bra SNR . Holder man P_T konstant kan en altså øke t_p eller PRF for å få høyere P_{ave} og bedre SNR . Forandring av PRF er lite gunstig ettersom dette virker inn på radarens tvetydige rekkevidde. Dermed står man igjen med pulslengden, t_p , som den faktoren som er mest gunstig å øke. Uten koding av radarsignalene vil en større pulslengde føre til dårligere oppløsning i avstand, men ved koding er det ikke pulslengden som lenger er avgjørende for avstandsopløsningen. Da er det selve kodens autokorrelasjonsegenskaper som er avgjørende. Man kan dermed ved koding øke pulslengdene uten at

det går utover oppløsningen. Det er dette som gjør koding av radarsignalene fordelaktig i denne sammenheng.

Kort oppsumert kan man si at koding gir mulighet til å øke pulslengdene uten å påvirke avstandsopløsningen. Dermed vil en få høyere gjennomsnittlig utgangseffekt, P_{ave} , uten økning av utsendt effekt i hver enkelt puls. Resultatet blir et bedret SNR og dermed også en økt sannsynlighet for deteksjon.

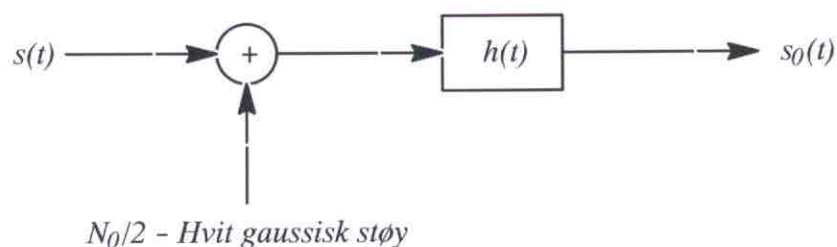
3 TEORI

Dette kapitlet tar for seg teorien som ligger til grunn for de simuleringer som skal foretas. Her beskrives emnene matched filtrering, ambiguitetsfunksjonen, korrelasjon, doppler, oppløsning og tilslutt algoritmen for utvikling av de kodene som skal undersøkes.

3.1 Matched filtrering

Et tilpasset eller matched filter er et filter der impulsresponsen, eller transferfunksjonen, er gitt av et bestemt inngangssignal. Formålet med et matched filter er å maksimere signal-støy-forholdet, SNR , på utgangen av filteret. Filteret er altså tilpasset det signalet som skal filtreres ut, derav navnet matched filtrering. I radar brukes matched filtrering til å filtrere ut kjente radarpulser fra støy og eventuelt andre radarsignaler. En utledning av impulsresponsen til et matched filter med utgangspunkt i (1) er gitt i avsnittet under.

Har et signal $s(t)$ med additiv hvit gaussisk støy slik som illustrert i figur 3.1. Filterets impulsrespons er gitt ved $h(t)$ og utgangen av filteret gitt ved $s_0(t)$.



Figur 3.1 Prinsippkisse for matematisk utledning av matched filter karakteristikk.

Man ønsker nå og finne filterresponsen, $h(t)$, som gir høyest mulig SNR på utgangen ved en gitt observasjonstid t_M . Signal-støy-forholdet på utgangen av filteret ved t_M er gitt ved

$$SNR = \frac{|s_0(t_M)|^2}{n_0^2(t)} \quad (3.1)$$

Her har man at

$$s_0(t_M) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) S(f) e^{j2\pi f t_M} df \quad (3.2)$$

$$\overline{n_0^2(t)} = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (3.3)$$

Her er $N_0/2$ den gaussiske hvite støyen, $S(f)$ og $H(f)$ er den Fourier transformerte til henholdsvis $s(t)$ og $h(t)$. SNR på utgangen av filteret ved tidspunktet t_M vil da være gitt som

$$SNR = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f) S(f) e^{j2\pi f t_M} df \right|^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \quad (3.4)$$

Denne ligningen kan skrives på en enklere form ved hjelp av Schwartz' ulikhet. Denne ulikheten er gitt ved

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} A(f) B(f) df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |A(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |B(f)|^2 df \quad (3.5)$$

Schwartz' ulikhet gjelder bare hvis $A(f) = k B^*(f)$. Her angir stjernen den komplekskonjugerte, store bokstaver at man opererer i frekvensdomenet og faktoren k er en konstant. Ved å bruke ligning (3.5) på ligning (3.4) finner man SNR gitt ved

$$SNR \leq \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df = \frac{2E}{N_0} \quad (3.6)$$

Her er energien til signalet gitt ved E . Det maksimale SNR er altså $2E/N_0$ og oppnås når kravet til Schwartz' ulikhet tilfredsstilles. Transferfunksjonen til et tilpasset filter som maksimerer signal-støy-forholdet blir da

$$H(f) = k S^*(f) e^{-j2\pi f t_M} \quad (3.7)$$

Impulsresponsen til dette filteret finner man ved at ta den inverse Fourier transformen til transferfunksjonen. Denne Fourier transformen er gitt ved

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1}\{H(f)\} = k s^*(t_M - t) \quad (3.8)$$

Ligning (3.7) og (3.8) viser at filteret er tilpasset inngangssignalet $s(t)$ og vil dermed maksimere SNR på utgangen ved $s(t)$ på inngangen.

Videre ønsker man å knytte impulsresponsen til filteret opp mot utgangssignalet til filteret. Dette gjør en ved hjelp av konvolusjonsintegralet som fra (2) er gitt ved

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (3.9)$$

Her er $y(t)$ utgangssignalet til et filter med impulsrespons $h(t)$ og $x(t)$ er inngangssignalet til filteret. Ved å sette ligning (3.8) inn i ligning (3.9) vil utgangssignalet, $s_0(t)$, fra det tilpassede filteret være gitt som

$$s_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) h(t - \tau) d\tau = k \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) s^*(t_M - t + \tau) d\tau \quad (3.10)$$

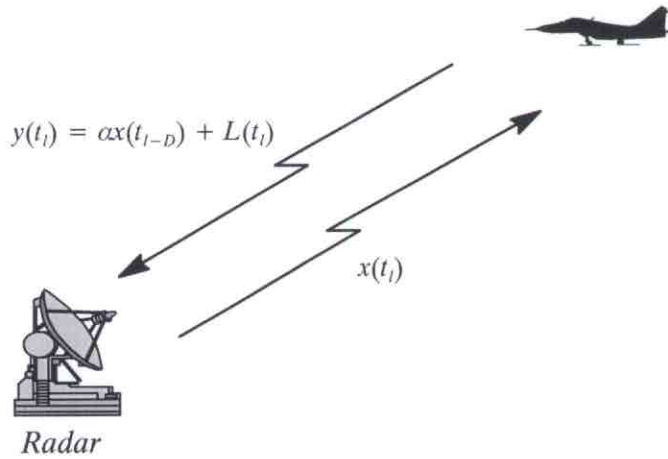
Utgangssignalet til et matched filter vil da tilsvare en korrelasjon mellom inngangssignalet og en tidsforskjøvet replika av det samme inngangssignalet. Sampler man så utgangssignalet fra filteret ved tidspunktet t_M vil dette gi følgende resultat

$$s_0(t_M) = k \int_{-\infty}^{\infty} |s(\tau)|^2 d\tau = k E \quad (3.11)$$

Her ser man at ved observasjonstidspunktet t_M er energien til utgangssignalet proporsjonal med energien, E , til inngangssignalet. Det er ved dette tidspunktet at det tilpassede filteret maksimerer signal-støy-forholdet på utgangen.

3.2 Korrelasjon i radar

I en radar har man et utsendt signal, $x(t_l)$, og et mottatt signal, $y(t_l)$. Argumentet t_l angir at signalene er samlet før signalprosesseringen slik at $x(t_l) = x(l/f_s)$ der l gir samplene ved ulike tidspunkt t og f_s er samplingsfrekvensen. Det mottatte signalet er et reflektert signal fra et mål og vil da være en forsinket versjon av det utsendte radarsignalet. I tillegg vil det mottatte signal ha en dempningsfaktor α og en støykomponent L . Støykomponenten er et resultat av støy fra blant annet antenne, elektroniske komponenter, andre sendere etc. Effekten av dopplerskift på radarsignalet som følge av bevegelse av målet tar en ikke med her, men vil bli omtalt i kapittel 3.3. Selve radarsituasjonen beskrevet ovenfor kan illustreres i figur 3.2. Her har en gitt at mottatt signal $y(t_l) = \alpha x(t_l - D) + L(t_l)$. Der tidsforsinkelsen mellom utsendt og mottatt signal er gitt ved D og den additive støyen er gitt ved $L(t_l)$.



Figur 3.2 Radarsituasjon med utsendt signal, $x(t_l)$, og mottatt signal, $y(t_l)$.

Ved å matched filtrere og dermed korrelere det mottatte signalet med en kopi av det utsendte signalet vil man kunne skille mottatt signal fra støy og finne tidsforsinkelsen til signalet.

Korrelasjon defineres som et mål på graden av likhet mellom to signaler. Har man to komplekse signalsekvenser, $x(t_l)$ og $y(t_l)$, der antall sampler i den lengste sekvensen er gitt ved N , vil krysskorrelasjonen mellom disse to sekvensene være gitt ved

$$r_{xy}(t_j) = \begin{cases} \sum_{l=0}^{N-1} x^*(t_l) y(t_{l+j}) & , j = -N + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N - 1 \\ 0 & , \text{ellers} \end{cases} \quad (3.12)$$

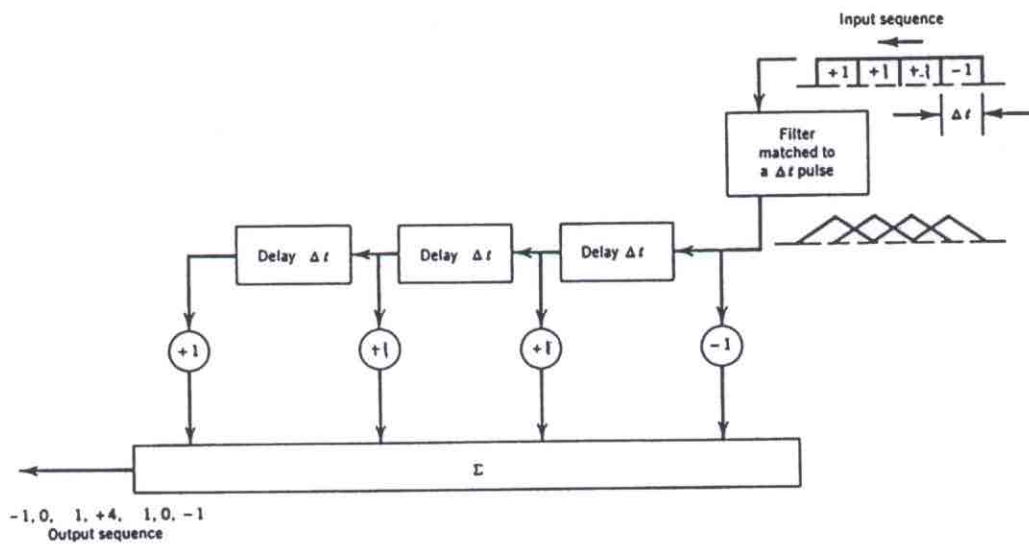
Tidsskiftet i korrelasjonen angis ved j , samplene i sekvensene ved l og stjernen den komplekskonjugerte. Et spesialtilfelle av ligning (3.12) får man når $x(t_l) = y(t_l)$. Dette er autokorrelasjonen til sekvensen $x(t_l)$ og denne er beskrevet som

$$r_{xx}(t_j) = \begin{cases} \sum_{l=0}^{N-1} x^*(t_l) x(t_{l+j}) & , j = -N + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N - 1 \\ 0 & , \text{ellers} \end{cases} \quad (3.13)$$

Ved å sammenligne autokorrelasjonen, $r_{xx}(t_j)$, med krysskorrelasjonen, $r_{xy}(t_j)$, vil en kunne finne tidsforsinkelsen til mottatt signal i forhold til utsendt signal. Dette gjør man ved å se hvor mange tidsskift hovedloben til krysskorrelasjonen ligger bak autokorrelasjonen. Har en

denne tidsforsinkelsen, D , vil avstanden, R , til reflektoren finnes ved $R = c \frac{D}{2f_s}$. Lysets hastighet er gitt ved $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Hvor nøyaktig denne forsinkelsen kan bestemmes er avhengig av hovedlobens bredde på korrelasjonene. Et eksempel på bestemmelse av forsinkelsen til mottatt signal er gitt under.

Man har et matched filter tilpasset en Barker 4 kode. Dette filteret er hentet fra (1) og vist i figur 3.3.



Figur 3.3 Eksempel på matched filter tilpasset Barker 4 koden (Levanon (1988)).

Utsendt signalsekvens, $x(t_i)$, og mottatt signalsekvens, $y(t_i)$, er begge gitt i tabell 3.1. Her antar man en tidsforsinkelse på $D = 2$ samtidig som mottatt signalsekvens er fri for demping og støy slik at $y(t_i) = x(t_i - D)$. Autokorrelasjonen til utsendt signalsekvens, $r_{xx}(t_j)$, og krysskorrelasjonen mellom utsendt og mottatt sekvens, $r_{xy}(t_j)$ er gitt i tabell 3.2. Dette tilsvarer utgangen på det tilpassede filteret for henholdsvis $x(t_i)$ og $y(t_i)$.

i	1	2	3	4	5	6
$x(t_i)$	1	1	1	-1		
$y(t_i) = x(t_i - D)$			1	1	1	-1

Tabell 3.1 Utsendt signalsekvens, $x(t_i)$, og mottatt signalsekvens $y(t_i)$.

j	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$r_{xx}(t_j)$	-1	0	1	4	1	0	-1		
$r_{xy}(t_j)$			-1	0	1	4	1	0	-1

Tabell 3.2 Autokorrelasjonen til utsendt signalsekvens, $r_{xx}(t_j)$, og krysskorrelasjonene mellom utsendt og mottatt signalsekvens, $r_{xy}(t_j)$.

Sammenligner man utgangen på det tilpassede filteret for de to sekvensene, gitt i tabell 3.2, ser en at maksimalverdien av korrelasjonene ($r_{xx} = r_{xy} = 4$) ligger forsinket i forhold til hverandre. Tidsforsinkelsen kan da leses ut til å være to tidsskift ($j = D = 2$).

3.3 Dopplerskift

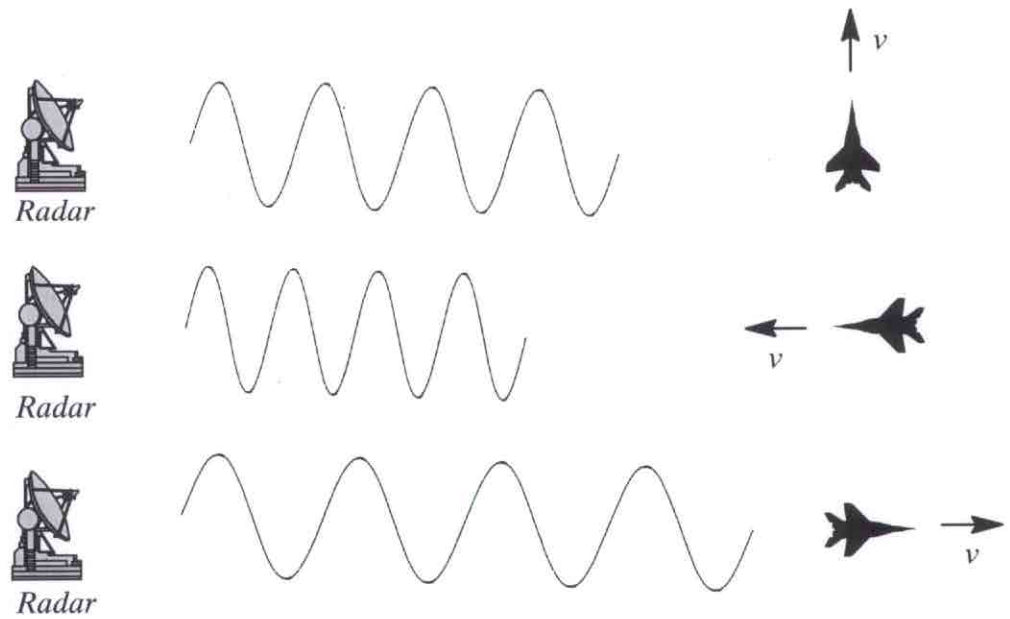
Dopplerskift av frekvens oppstår når man mottar en reflektert bølge fra en reflektor i bevegelse. Doppler frekvensen, f_D , er da definert som differansen mellom mottatt frekvens, f_R , og utsendt frekvens, f_T , som vist i ligning (3.14).

$$f_D = f_R - f_T \quad (3.14)$$

Sammenhengen mellom doppler frekvensen og hastigheten, v , til reflektoren er gitt ved

$$f_D = \frac{2v}{\lambda} = \frac{2v}{c} f_T \quad , v \ll c \quad (3.15)$$

Den radielle hastighetsvektoren til reflektoren er gitt med positivt fortegn når den er rettet mot mottakeren og λ er bølgelengden til det utsendte signal. Utledningen av (3.14) og (3.15) er gitt i appendiks A. Dopplerskiftet til en elektromagnetisk bølge kan man fysisk se på som en sammenpressing eller strekking av bølgen, avhengig av om reflektoren beveger seg mot eller fra mottakeren. Dette er illustrert i figur 3.4.



Figur 3.4 *Strekking og sammenpressing av signal illustrerer negativt og positivt dopplerskift på signalet..*

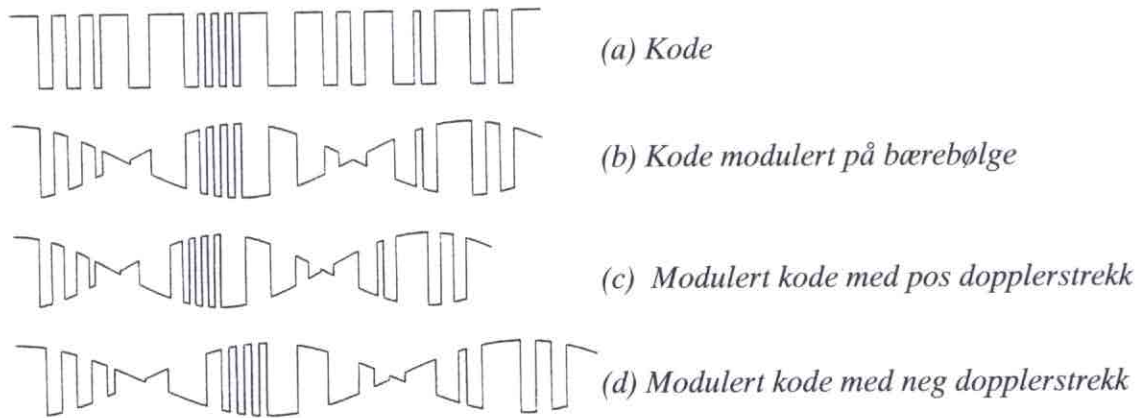
Som man ser vil bevegelse av reflektoren mot mottakeren, presse bølgen sammen og man får en høyere frekvens, dvs et positivt dopplerskift. Motsatt vil bevegelse fra mottakeren gi en strekking av bølgen og en får lavere frekvens, dermed et negativt dopplerskift.

Kodene som det skal undersøkes doppleregenskapene på er binære og modulert på en bærebølge med en bitrate og en bærebølgefrequens. Dette kan beskrives ved

$$u(t) = K(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) \quad (3.16)$$

Her er $u(t)$ det modulerte signalet. $K(t)$ er koden, det vil si en stykkevis kontinuerlig funksjon som antar verdiene -1 og 1 . Faktoren f_c er bærebølgefrequens i Hz, t er tiden i sekunder og ϕ er et konstant faseledd.

Det modulerte signalet er vist i figur 3.5. Bitraten til koden, f_{bit} , er definert som $f_{bit} = \frac{1}{t_{bit}}$ der t_{bit} er bredden i tid til hvert enkelt bit i koden. I figur 3.5 er f_{bit} mye høyere enn bærebølgefrequensen, f_c . Dette er gjort for illustrasjonen sin skyld, i virkeligheten vil bærebølgefrequensen normalt være mye høyere enn bitraten. Dette fasekodete signalet er nå et spredt spektrum signal. Et spredt spektrum signal er et signal der energien spres utover frekvensspekteret, det vil si at signalet består av en rekke ulike frekvenser. I en slik sammenheng vil det være mer naturlig å snakke om et dopplerstrekk av alle frekvensene i signalet i stedet for et dopplerskift av en enkelt frekvens. Et sammenpresset og strukket signal er også vist i figur 3.5 for å vise et positivt og et negativt dopplerstrekk på det modulerte signalet.



Figur 3.5 Kode binært fasekodet opp på en bærebølge med og uten dopplerstrekk.

Et dopplerstrekk på dette signalet vil påvirke både bitraten og bærebølgefrequensen. Antar man at signalet reflekteres fra en reflektor med hastighet v vil dopplerskiftet på bitraten og bærebølgefrequensen være

$$f_{Dbit} = \frac{2v}{c} f_{bit} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{f_{Dbit}}{f_{bit}} = \frac{2v}{c} \quad (3.17)$$

$$f_{Dc} = \frac{2v}{c} f_c \quad \Leftrightarrow \quad \frac{f_{Dc}}{f_c} = \frac{2v}{c} \quad (3.18)$$

Her er f_{Dbit} dopplerskiftet til bitraten og f_{Dc} dopplerskiftet til bærebølgefrequensen. Setter man så ligning (3.17) inn i (3.18) får en sammenhengen mellom dopplerskiftene til bitraten og bærebølgefrequensen gitt ved

$$f_{Dc} = \frac{f_c}{f_{bit}} f_{Dbit} \quad (3.19)$$

Av ligning (3.19) ser man at når bærebølgefrequensen, f_c , er større enn bitraten til koden, f_{bit} , vil dopplerskiftet på bærebølgefrequensen være større enn dopplerskiftet på bitraten for tilsvarende reflektorhastigheter.

3.4 Ambiguitetsfunksjonen og oppløsning i avstand og hastighet

Ambiguitetsfunksjonen, $|X(\tau, f)|$, gir den komplekse envelopen til utgangssignalet fra et matched filter. Envelopen tilsvarer signalets omhylningskurve. Faktorene τ og f er henholdsvis tidsforsinkelse og forskyvning i frekvens på inngangssignalet i forhold til signalet som er tilpasset det matchede filteret. En utledning av ambiguitetsfunksjonen hentet fra (1) er gitt i avsnittet under.

Generelt har en at responsen til et matched filter for et båndpasssignal med kompleks envelope $u(t)$ er gitt som

$$s_0(t) \approx \text{Re}[u_0(t) e^{j\omega_c t}] \quad (3.20)$$

Der $u_0(t)$ er gitt ved:

$$u_0(t) = \frac{1}{2} K e^{j\omega_c t_M} \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) u^*(\tau - t + t_M) d\tau \quad (3.21)$$

Her er K en konstant, ω_c vinkelfrekvensen, t_M observasjonstidspunkt eller samplingstidspunkt og $u(\tau)$ er envelopen til signalet inn på det matchede filteret.

Inngangssignalet til filteret dopplerskiftes så med en frekvens f . Dette har ingen innvirkning på vinkelfrekvensen, ω_c , men envelopen $u(\tau)$ til inngangssignalet forandrer seg til $u(\tau) e^{j2\pi f\tau}$. Antar man at $t_M = 0$ og $K = 2$ vil en ved å sette den nye envelopefunksjonen til inngangssignalet inn i ligning (3.21) få

$$u_0(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) u^*(\tau - t) e^{j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.22)$$

Skriver en dette uttrykket om får man definisjonen av ambiguitetsfunksjonen som er gitt ved

$$|X(\tau, f)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t - \tau) e^{j2\pi ft} dt \right| \quad (3.23)$$

I (1) finner en også fire sammenhenger som gjelder for ambiguitetsfunksjonen. Disse er gitt i ligning (3.24) til (3.27) og gjelder hvis man antar at den komplekse envelopen til inngangssignalet, $u(t)$, har energi $E = 1$.

$$|X(\tau, f)| \leq |X(0, 0)| = 1 \quad (3.24)$$

Ligning (3.24) viser at ambiguitetsfunksjonen har sitt maksimum i $\tau = f = 0$ der den er lik 1. Alle andre steder vil absoluttverdien av ambiguitetsfunksjonen være lavere enn dette.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\tau, f)|^2 d\tau dv = 1 \quad (3.25)$$

Ligning (3.25) viser at all energien summert opp under ambiguitetsfunksjonen er lik 1. Dette er naturligvis forutsatt at energien til inngangssignalet også er lik 1.

$$|X(-\tau, -f)| = |X(\tau, f)| \quad (3.26)$$

Ligning (3.26) angir at ambiguitetsfunksjonen er symmetrisk om origo.

$$|X_1(\tau, f)| = |X(\tau, f + kt)| \quad (3.27)$$

Ligning (3.27) gjelder hvis man har en envelope $u_1(t) = u(t) e^{j\pi kt^2}$. Denne envelopen gir da ambiguitetsfunksjonen $|X_1(\tau, f)|$ og sammenhengen til ambiguitetsfunksjonen til envelopen $u(t)$ er da gitt ved ligning (3.27).

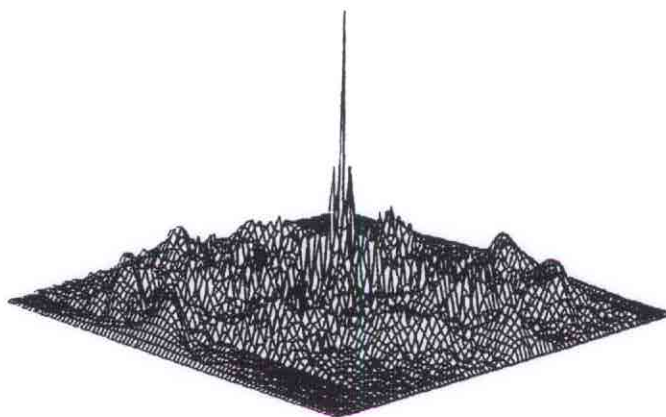
Setter man frekvensforskyvningen $f = 0$ i et signal vil ambiguitetsfunksjonen til signalet være identisk med autokorrelasjonen til dette signalet. Dette er vist i ligning (3.28).

$$|X(\tau, 0)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t - \tau) dt \right| = |r_{uu}(\tau)| \quad (3.28)$$

Dette så man også i kapittel 3.1 om matched filtrering der utgangssignalet var autokorrelasjonen til inngangssignalet på det tilpassede filteret ved null dopplerforskyvning.

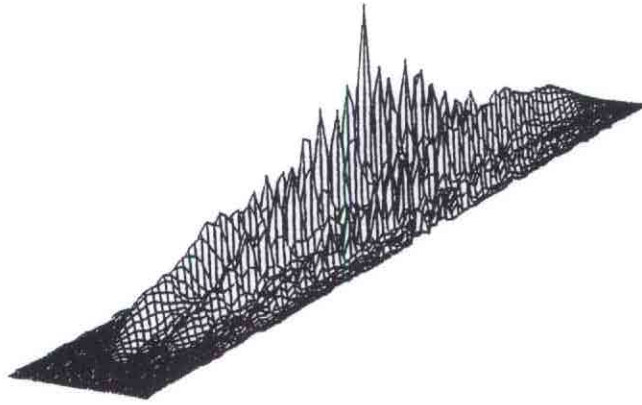
Ambiguitet kan oversettes til tvetydighet. Dermed vil ambiguitetsfunksjonen til for eksempel et kodet signal angi hvor tvetydig dette signalet er etter matched filtrering. Det som avgjør hvor entydig og nøyaktig man kan bestemme et signals tidsforsinkelse og forskyvning i frekvens, i forhold til det signalet matched filteret er tilpasset, er formen på ambiguitetsfunksjonen. Nøyaktigheten i bestemmelse av tidsforsinkelse og frekvensforskyvning tilsvarende oppløsningen i avstand og hastighet i en radar.

For at en kode skal ha god oppløsning må ambiguitetsfunksjonen ha en smal hovedlobe og stor undertrykning av sidelobene, dvs en opp-ned tegnestiftsform på funksjonen. En slik form på ambiguitetsfunksjonen er illustrert i figur 3.6.



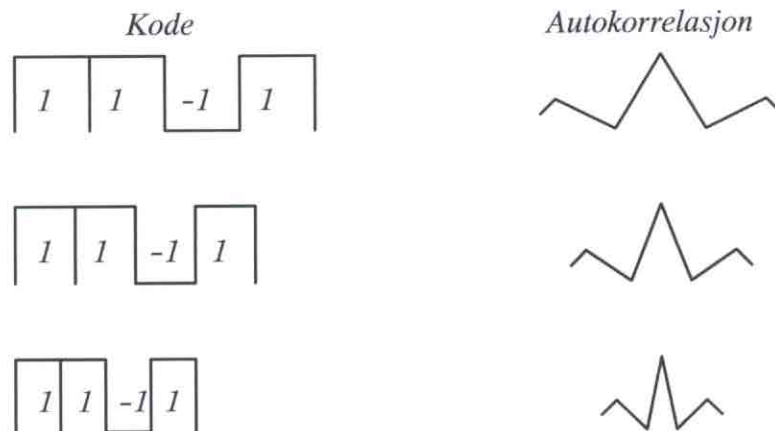
Figur 3.6 Ambiguitetsfunksjon med opp-ned tegnestiftsform (Levanon (1988)).

Ved hjelp av matched filtrering av mottatt signal finner man hvor mye det reflekterte signal er forskjøvet i tid og frekvens i forhold til utsendt signal. Dette vil da angi både avstanden og hastigheten til målet som følge av tidsforsinkelse og dopplerstrekket til signalet. Nøyaktigheten i den målte forskyvningen er avhengig av hvor spiss ambiguitetsfunksjonen er. Oppløsningen i avstand og hastighet for en kode trenger på ingen måte å være like god. Som regel vil man ha en god oppløsning i avstand på bekostning av oppløsningen i hastighet eller motsatt. Dette er avhengig av koden og dens oppbygning. I ambiguitetsfunksjonen vil dette vises i form av at hovedloben er litt bredere langs enten tids- eller doppler-aksen, samtidig vil det ofte være større sidelobes langs denneaksen. Dette er illustrert i figur 3.7.



Figur 3.7 Ambiguitetsfunksjon med bredere hovedlobe og høyere sidelobenivåer (Levanon(1988)).

Ved null dopplerskift tilsvarer ambiguitetsfunksjonen til en kode autokorrelasjonen til koden. Koden samples med et visst antall sampler pr kodebit avhengig av bitraten og samplingsfrekvensen. Antar man at samplingsfrekvensen er konstant vil antallet sampler pr bit minske når bitfrekvensen går opp. Dette har innvirkning på autokorrelasjonen til koden. Jo fler antall sampler pr bit i koden, til bredere blir hovedloben i autokorrelasjonen til koden. Et eksempel på sammenhengen mellom bredden på bitene, dvs bitraten, og bredden på hovedloben i autokorrelasjonen er vist i figur 3.8.



Figur 3.8 Autokorrelasjon til kode med ulik bitrate. Figuren viser at høyere bitrate gir smalere hovedlobe i autokorrelasjonen.

Avstandsoppløsningen blir altså bedre når bitraten går opp. Fra (3) har man at avstandsoppløsningen i meter er gitt ved

$$\Delta r = \frac{c}{2B} \quad (3.29)$$

Her er den effektive båndbredden gitt ved B . For et fasekodet signal vil den effektive båndbredden, B , i dette tilfellet bli definert som lik bitraten, f_{bit} , til signalet. Dette gir at avstandsoppløsningen blir

$$\Delta r = \frac{c}{2f_{bit}} \quad (3.30)$$

Som man ser av ligning (3.30) vil avstandsopløsningen bli bedre ved høyere bitrate. Dette er i samsvar med det som ble vist i figur 3.8.

Den utvetydige avstanden til de reflekterte signalene er også viktig i radarsammenheng. I (1) er den utvetydige avstanden til et radarsignal definert som

$$R_{unambiguous} = \frac{c}{2PRF} \quad (3.31)$$

Her er PRF definert som Puls Repetisjons Frekvensen som i denne sammenheng tilsvarer kode repetisjons frekvensen. Antar man at radarkodene skal sendes ut kontinuerlig (CW radar) vil den utvetydige avstanden for hver av kodene være avhengig av bitraten og antall bit, M , i koden. Denne utvetydige avstanden, $R_{unambiguous}$, er gitt i ligning (3.32).

$$PRF = \frac{f_{bit}}{M} \Leftrightarrow R_{unambiguous} = \frac{cM}{2f_{bit}} = M\Delta r \quad (3.32)$$

Hvis en reflektor som ligger utenfor den utvetydige avstanden til radaren reflekterer et signal vil dette signalet nå mottaker etter at det har blitt sendt ut et nytt radarsignal fra senderen. Mottaker vil da registrere det innkommende signal som en refleksjon av det nylig utsendte radarsignalet. Dermed vil det for mottakeren virke som reflektoren signalet er reflektert fra ligger mye nærmere enn det i virkeligheten gjør. Avstanden til reflektoren er altså tvetydig.

For dopplermålinger gir (6) en ligning for maksimal dopplerfrekvens, f_{max} . Denne er gitt ved

$$f_{max} = \frac{1}{2} \frac{f_{bit}}{M} \quad (3.33)$$

Har man dopplerskift større enn dette vil korrelasjonen i matched filtreringen ha falt så mye at det ikke lenger finnes en klar og entydig hovedlobe i ambiguitetsfunksjonen på utgangen til filteret. Dermed angir den maksimale dopplerfrekvensen hvilken toleranse man setter på korrelasjonstapet som funksjon av dopplerskiftet.

Frekvensoppløsning, Δf , er fra (1) definert som

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{T} \quad (3.34)$$

Her er N antall sampler i signalet og T integrasjonstiden som i dette tilfellet tilsvarer kodelengden i tid. For M bit med bitrate f_{bit} blir integrasjonstiden $T = M \frac{1}{f_{bit}}$. Frekvensoppløsningen blir da

$$\Delta f = \frac{1}{M \frac{1}{f_{bit}}} = \frac{f_{bit}}{M} \quad (3.35)$$

Av ligning (3.33) og ligning (3.35) ser man sammenhengen $\Delta f = 2f_{max}$. Både frekvens oppløsningen og maksimal dopplerfrekvens er vist i figur 6.1

Den teoretiske hastighetsoppløsningen, Δv , finner man ved å sette ligning (3.15) inn i ligning (3.35) slik at

$$\Delta f = \frac{2\Delta v}{\lambda_c} = \frac{f_{bit}}{M} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta v = \frac{\lambda_c f_{bit}}{2M} \quad (3.36)$$

Her er λ_c bølgelengden til utsendt bærebølge. Denne hastighetsoppløsningen angir dermed hvor nøyaktig man kan lese ut en hastighet fra en reflektor i bevegelse.

3.5 Kodene

Kodesettet som skulle undersøkes bestod av totalt 10 koder. Heretter vil disse kodene omtales som FFI-koder. Disse FFI-kodene har sitt utgangspunkt i en artikkel fra (4) som omtaler en klasse balanserte binære sekvenser med optimale autokorrelasjonsegenskaper. Selve algoritmen for utledning av FFI-kodene basert på nevnte artikkel er vist under.

Gitt en tallmengde, F , definert som

$$F = GF(q = p^m) \quad (3.37)$$

Her er p et primtall og m et positivt heltall. GF indikerer at tallmengden F er en Galois kropp der GF er en forkortelse for Galois felt og q angir antall elementer i kroppen. En går ikke nærmere inn på hva en Galois kropp er og hvordan den genereres her. Men fra (5) har man at aritmetikken i Galois kroppen er modulo q aritmetikk. Videre har en at det ut fra tallmengden, F , genereres en submengde, S , definert som

$$S = \left\{ \alpha^{2i+1} - 1 \right\}_{i=0}^{k-1} \quad (3.38)$$

Her er α definert som et primtall mindre enn q i tallmengden F , eller et primitivt polynom av grad $2^{q+1} - 1$. Videre er k gitt som

$$k = \frac{1}{2} (p^m - 1) \quad (3.39)$$

Tilslutt angis en funksjon, f , som genererer selve kodesekvensen a_t i form av 1 og -1. Denne funksjonen defineres ved

$$a_t = f(\alpha^t) = \begin{cases} 1, & \alpha^t \in S \\ -1, & \alpha^t \notin S \end{cases}, 0 \leq t < 2k \quad (3.40)$$

Denne kodesekvensen, a_t , skal da i følge (4) være en binær sekvens med optimale autokorrelasjonsegenskaper. For å gi en bedre forståelse av hvordan kodene genereres er det gitt et eksempel under.

Man har at følgende parametere er gitt, $p = 17$, $m = 1$, $2k = 17 - 1 = 16$ og $\alpha = 3$. Som en ser av parameterene og ligning (3.37) er tallmengden F definert som Galois kroppen

$GF(17)$. Det betyr at aritmetikken er modulo 17. Lengden på den genererte koden, a_t , er $2k = 16$. Submengden, S , gitt ved ligning (3.38) som α^t sammenlignes mot er gitt ved

$$S = \{2, 9, 4, 10, 13, 6, 11, 5\} \quad (3.41)$$

Tabell 3.3 viser så hvordan koden genereres med de ulike gitte parameterene.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
α^t	1	3	9	10	13	5	15	11	16	14	8	7	4	12	2	6
a_t	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1

Tabell 3.3 Generering av kodesekvens a_t med parameterne $p = 17$, $m = 1$ og $\alpha = 3$

Framgangsmåten for generering av kodesekvens med utgangspunkt i et primitivt polynom er tilsvarende bortsett fra at α nå er et primitivt polynom istedet for et primtall.

I de påfølgende deler av rapporten vil kodene som ble utledet ovenfor bli betegnet ved bokstaven b og et tall. Bokstaven indikerer at koden er binær og tallet angir kodelengden. Det vil si at koden $b192$ er binær og består av totalt 192 bit.

4 KORRELASJONSEGENSKAPER VED NULL DOPPLERSKIFT

Dette kapitlet omhandler kodenes korrelasjonsegenskaper. Kapitlet består av to hoveddeler. Første del gir en gjennomgang av simuleringene og hvilke matematiske betraktninger som ligger bak disse. Andre del presenterer simuleringresultatene, og man foretar en diskusjon omkring disse. Bakgrunnen for disse korrelasjonssimuleringene er å undersøke hvorvidt kodene kan skilles fra hverandre og fra eventuell støy ved matched filtrering, samt finne ut hvilken avstandsopløsning man kan forvente ved bruk av kodene i en radar sammenheng.

4.1 Simuleringer

Simulering av kodenes korrelasjonsegenskaper ble utført ved hjelp av simuleringprogrammet Matlab. De matematiske beregningene som ligger bak korrelasjonene som utføres i Matlab er gitt i kapittel 3.2 under ligning (3.12) og (3.13).

Først ble autokorrelasjonen til de binære kodene foretatt, og deretter ble krysskorrelasjonen mellom kodene undersøkt. I autokorrelasjonen så man på maks-til-maks sidelobenivå. Det vil si forskjellen mellom maksimalverdien av autokorrelasjonen og største sidelobe-verdi i samme funksjon. Bakgrunnen for dette var å se spesielt på kodenes evne til å undertrykke sidelobe-energien ved matched filtrering. Videre så man på forskjellen mellom maksimalverdi av autokorrelasjonen til en kode og maksimalverdien til krysskorrelasjonen mellom denne koden og en annen kode. Her var bakgrunnen for undersøkelsene kodenes ortogonalitet og dermed også mulighetene for å skille kodene fra hverandre ved matched filtrering.

Korrelasjonene ble foretatt uten at kodene ble påvirket av noe dopplerskift, dvs at man så på et snitt av ambiguitetsfunksjonen ved null doppler linjen til kodene. Kun koden ble korrelert ettersom bærebølgen ikke har noen innvirkning når korrelasjonen skal foregå ved null dopplerskift. Dette vises i utledningen under.

Gitt to samplede signaler, $x(t_l)$ og $y(t_l)$, dvs bærebølger kodet med henholdsvis kodene $K_x(t_l)$ og $K_y(t_l)$, slik at

$$x(t_l) = K_x(t_l) e^{-i2\pi f_T \frac{l}{f_s}} \quad (4.1)$$

$$y(t_l) = K_y(t_l) e^{-i2\pi f_R \frac{l}{f_s}} \quad (4.2)$$

Fra kapittel 3.3 har en at $K_x(t_l)$ og $K_y(t_l)$ er stykkevis kontinuerlige og antar verdiene -1 og 1 . Samplingsfrekvensen er gitt ved f_s , utsendt bærebølgefrequens ved f_T og mottatt bærebølgefrequens ved f_R . Ettersom korrelasjonen foretas ved null dopplerskift setter man $f = f_T = f_R$. Fra (3.12) har en korrelasjonsfunksjonen og med (4.1) og (4.2) innsatt blir denne som

$$r_{xy}(t_j) = \sum_{l=0}^{N-1} K_x(t_l) e^{-i2\pi f \frac{l}{f_s}} K_y(t_{l+j}) e^{-i2\pi f \frac{l}{f_s}} e^{-i2\pi f \frac{j}{f_s}} \quad j = -N + 1, \dots, N - 1 \quad (4.3)$$

Her angir N antall sampler den lengste av de to signalsekvensene består av og overstrekingen angir den komplekskonjugerte. Videre utregning gir oss at krysskorrelasjonen blir

$$r_{xy}(t_j) = \sum_{l=0}^{N-1} K_x(t_l) K_y(t_{l+j}) e^{-i2\pi f \frac{j}{f_s}} \quad j = -N + 1, \dots, N - 1 \quad (4.4)$$

Ettersom det er amplituden i krysskorrelasjonen en ønsker å se på vil det være absoluttverdien som er interessant. Absoluttverdien av ligning (4.4) er gitt i ligning (4.5).

$$|r_{xy}(t_j)| = \left| \sum_{l=0}^{N-1} K_x(t_l) K_y(t_{l+j}) \right| \quad j = -N + 1, \dots, N - 1 \quad (4.5)$$

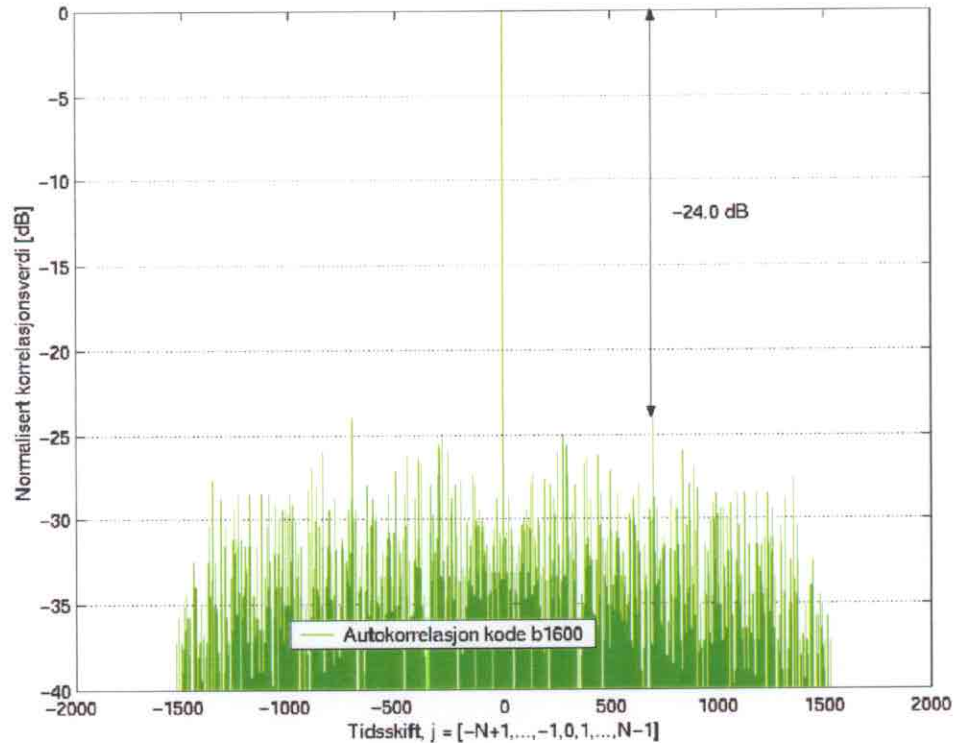
Som man ser vil ikke bærebølgen ved null dopplerskift virke inn på denne krysskorrelasjonen, dermed kan alle korrelasjonssimuleringene der man antar null dopplerskift foretas på kun kode.

4.2 Resultater og diskusjon

4.2.1 Autokorrelasjonsegenskapene til kodene

I autokorrelasjonsfunksjonen til kodene var det maks-til-maks sidelobenivå som ble undersøkt. Maks-til-maks sidelobenivå defineres som forskjellen mellom autokorrelasjonstopp og største sidelobe verdi. Dette er vist i figur 4.1. Bakgrunnen for at sidelobenivåene er interessante er problemet med "spill-over" eller smitting av energi mellom reflekterte signaler fra to nærliggende reflektorer. Hvis ikke man har en stor nok undertrykning av sidelobene på kodene man bruker i en radar risikerer man at mål med små radartversnitt blir borte i sidelobene til andre nærliggende mål med større radartversnitt. Et eksempel på det-

te kan være et fly med null radiell hastighet mot mottakeren som flyr tett oppunder et stort fjell. Hvis sidelobene til radarkodene som sendes ut ikke blir tilstrekkelig undertrykket kan det bli vanskelig å detektere flyet. Den reflekterte energien til flyet drukner i den reflekterte sidelobe energien til fjellet under matched filtrering av signalene.



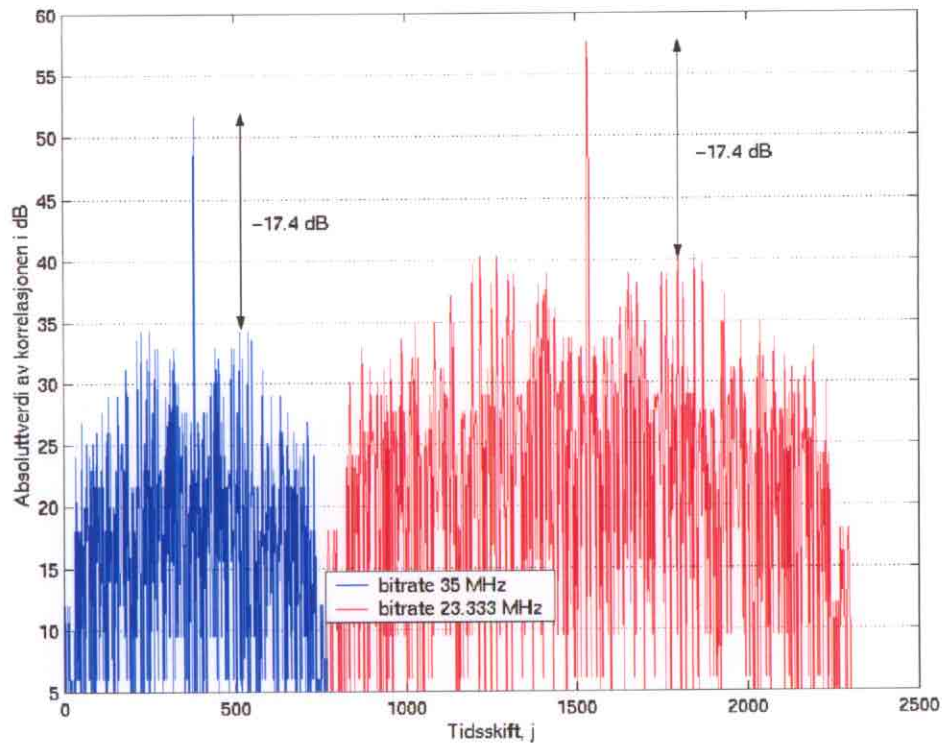
Figur 4.1 Autokorrelasjonen til kode b1600. Figuren viser maks-til-maks sidelobenivå i autokorrelasjonen til koden.

For de ulike kodene ble det ved hjelp av Matlab simuleringene funnet følgende maks-til-maks sidelobenivå:

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
Nivå	- 17.4	- 18.2	- 22.6	- 24.0	- 26.4	- 25.2	- 27.8	- 33.2	- 33.4	- 35.2

Tabell 4.1 Maks-til-maks sidelobenivå i autokorrelasjonsfunksjonen til de ulike kodene. Alle tabellverdiene er gitt i dB.

Sidelobenivåene gitt i tabell 4.1 gjelder for kode i form av firkant signaler, men som vist i kapittel 4.1 vil sidelobenivåene for modulert kode være identiske. Bitraten har ingen innvirkning på sidelobenivået. Men ved å minske bitraten, dvs øke totalt antall samplere i kodene ved konstant samplingsfrekvens, vil både autokorrelasjonstoppen og sidelobe verdiene bli større. Dette er illustrert i figur 4.2.



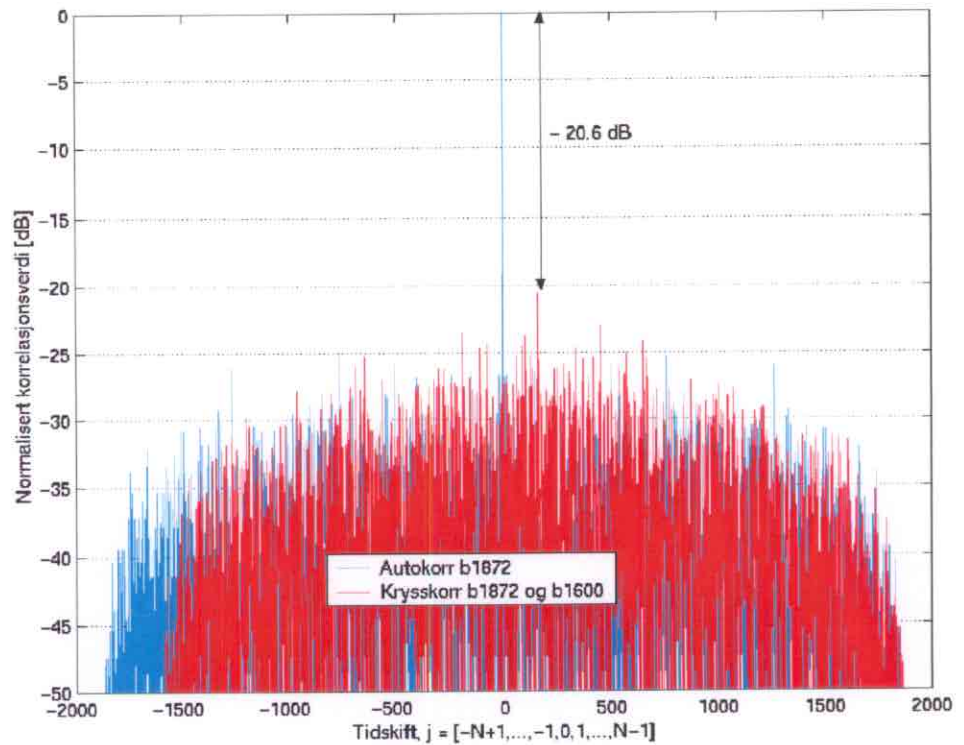
Figur 4.2 Autokorrelasjonen til kode $b192$ med bitrate 35 MHz og 23.333 MHz ved 70 MHz samplingsfrekvens. Maks-til-maks sidelobenivå for de to korrelasjonene er markert i figuren.

Figur 4.2 viser autokorrelasjonen til kode $b192$ ved to ulike bitrater. Figuren viser at sidelobenivåene holder seg konstante mens korrelasjonsverdiene forandrer seg ved forandring av bitraten. Ved et konstant støygulv vil man derfor få et bedre signal-støy-forhold ved å redusere bitraten. Årsaken til dette er at man ved lavere bitrate øker de utsendte kodenes utstrekning i tid og dermed får mer energi inn i kodesignalene.

Tabell 4.1 viser at er det en klar tendens til at maks-til-maks sidelobenivå synker med lengden på koden. Dette er fordi man ved å øke kodens lengde får presset inn mer energi og dermed vil korrelasjonstoppen bli høyere. Koden $b1872$ er unntaket fra regelen etter-som denne koden har et høyere sidelobenivå enn kode $b1696$. Årsaken til dette ble ikke funnet men flere korrelasjonssimuleringer viste det samme resultatet.

4.2.2 Krysskorrelasjonsegenskapene til kodene

Krysskorrelasjonssimuleringene på kodene ble foretatt for å se forskjellen mellom autokorrelasjonstoppen og krysskorrelasjonen til de ulike kodene. Dette viser hvor stor ortogonalitet det er mellom kodene, og dermed om det er mulig å skille de fra hverandre ved matched filtrering. Figur 4.3 viser et eksempel på en simulering med kodene $b1872$ og $b1600$. Figuren viser forskjellen mellom autokorrelasjonstoppen til koden $b1872$ og krysskorrelasjonstoppen til kodene $b1872$ og $b1600$.



Figur 4.3 Autokorrelasjonen til kode b1872 og krysskorrelasjonen mellom kode b1872 og b1600. Figuren viser nivåforskjellen mellom maksimal autokorrelasjonsverdi og maksimal krysskorrelasjonsverdi for koden b1872.

Den type simulering som er vist i figur 4.3 ble gjort for alle kodene. Tabell 4.2 viser forskjellen mellom autokorrelasjonstoppen og krysskorrelasjonstoppen for de andre kodene. Tabellen leses ved at man tar utgangspunkt i venstre kolonne som angir hvilken kode som autokorreleres. Øverste rad angir så igjen hvilken kode det krysskorreleres mot. Tabellverdien angir da nivåforskjellen i dB mellom autokorrelasjonstopp og krysskorrelasjonstopp. Desibelverdiene ble regnet ut ved $[dB] = 20\log_{10}(x)$.

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
b192		- 14.4	- 11.0	- 12.0	- 11.4	- 11.4	- 12.2	- 10.8	- 10.2	- 10.2
b456	- 21.8		- 17.4	- 16.2	- 14.0	- 15.6	- 15.2	- 14.4	- 14.2	- 15.2
b856	- 24.0	- 22.8		- 19.6	- 17.6	- 19.8	- 18.0	- 16.2	- 17.0	- 17.2
b1600	- 30.4	- 27.2	- 25.0		- 22.2	- 19.2	- 21.2	- 19.2	- 19.4	- 19.2
b1696	- 30.2	- 25.4	- 23.4	- 22.6		- 22.8	- 21.0	- 20.6	- 20.2	- 19.6
b1872	- 31.2	- 27.8	- 26.6	- 20.6	- 23.6		- 21.2	- 20.6	- 20.6	- 20.2
b3000	- 36.2	- 31.4	- 28.8	- 26.8	- 26.0	- 25.2		- 23.6	- 22.2	- 23.0
b15016	- 48.6	- 44.8	- 41.2	- 38.6	- 39.6	- 38.8	- 37.6		- 30.6	- 29.8
b19992	- 50.4	- 47.2	- 44.4	- 41.4	- 41.8	- 41.2	- 38.6	- 33.2		- 31.2
b29920	- 54.0	- 51.4	- 48.0	- 44.8	- 44.6	- 44.2	- 43.0	- 35.8	- 34.6	

Tabell 4.2 Nivåforskjell mellom autokorrelasjonstopp og krysskorrelasjonstopp for de ulike kodene gitt i dB. Tabellen leses ved at man tar utgangspunkt i venstre kolonne som angir hvilken kode som autokorreleres. Øverste rad angir så hvilken kode det krysskorreleres mot. Tabellverdien viser da nivåforskjellen i dB.

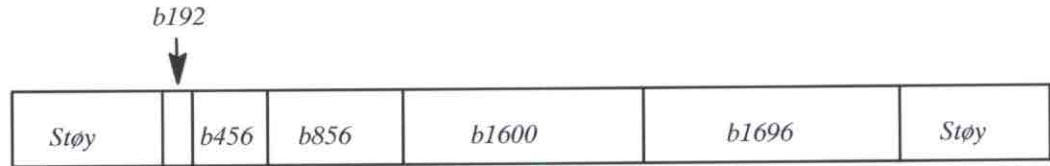
Et eksempel hentet fra tabell 4.2 er forskjellen mellom autokorrelasjonstoppen til koden *b1600* og maksimal krysskorrelasjonsverdi mellom *b1600* og *b856*. Denne er ut i fra tabellen gitt som -25.0 dB. Motsatt er forskjellen mellom autokorrelasjonstoppen til *b856* og maksimal krysskorrelasjonsverdi mellom *b856* og *b1600* gitt som - 19.6 dB. Begge de to nivåforskjellene er satt i kursiv og uthevet i tabell 4.2.

I disse simuleringene ble de korteste kodene “zero padded” før korrelasjonen. “Zero padding” vil si at man legger til verdien 0 i enden av den korteste sekvensen slik at sekvensene som korreleres mot hverandre består av like mange sampler.

Tabell 4.2 viser at det er en generell tendens til at ortogonaliteten blir større etterhvert som kodelengdene øker. Noen avvik fra denne tendensen kan man se men det ble ikke funnet noen forklaring på dette.

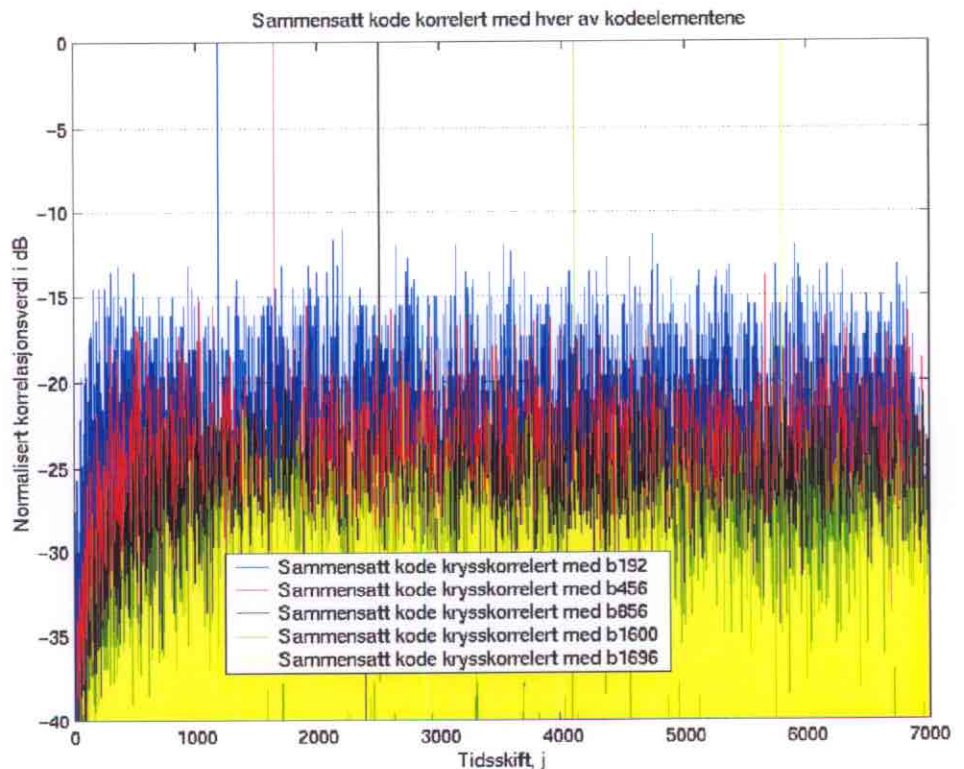
4.2.3 Korrelasjonssimulering av en kode bestående av flere FFI-koder

For å vise at det ved matched filtrering er mulig å skille de ulike kodene fra hverandre ble det foretatt en simulering der man så på en sammensatt kode. Denne sammensatte koden bestod av fem ulike FFI koder samt tilfeldig generert støy i hver ende av koden. Støyen ble generert med den selvlagde Matlab funksjonen *generer(x)* som genererer et antall, *x*, støy-sampler som tilfeldig antar verdiene 1 eller -1. Denne matlab funksjonen er gitt som programkode i appendiks B. Støyamplituden var like stor som kodeamplituden i disse simuleringene. Den sammensatte koden er vist i figur 4.4.



Figur 4.4 Sammensatt kode og tilfeldig generert støy.

Denne sammensatte koden ble så korrelert med hver enkelt av de fem FFI-kodene for å se om man kunne skille ut den enkelte delkode. Korrelasjonen med hver enkelt delkode er vist i figur 4.5.

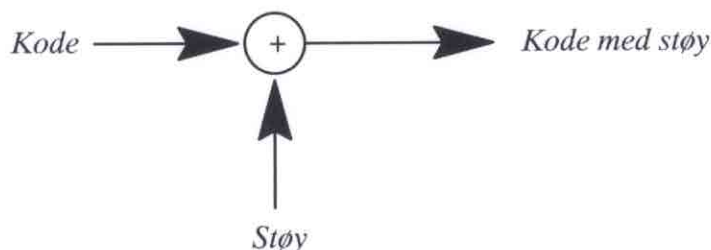


Figur 4.5 Sammensatt kode krysskorrelert med hver enkelt delkode.

Av figuren kan man se at hver delkode gir en klar og entydig korrelasjonstopp der den korrelerer med seg selv i den sammensatte koden. Man ser også at sidelobenivåene blir stadig lavere etterhvert som kodelengden til de ulike delkodene øker. Dette illustrerer sammenhengen mellom sidelobenivå og kodelengde som ble vist i kapittel 4.2.1. Støyen som ligger i forkant og etterkant av den sammensatte koden har liten innvirkning på korrelasjonen med delkodene.

4.2.4 Autokorrelasjon med støy på kodene

For å undersøke kodenenes sensitivitet i forhold til støy, ble støy addert til kodene før korrelasjon. I første omgang ble det lagt på støy som var tilfeldig generert ved hjelp av den selvlagde funksjonen *generer(x)* i Matlab. Støyamplituden var like stor som kodeamplituden slik at $SNR = 1$. Den genererte støyen ble så addert til de enkelte kodene slik som illustrert i fig 4.6.



Figur 4.6 Kode addert med tilfeldig generert støy.

Koden med den genererte støyen ble så korrelert mot den samme koden uten støy. Deretter så man på det nye sidelobenivået og sammenlignet dette med sidelobenivåene til kodene uten støy. Sidelobenivåene, gitt i dB, til korrelasjonen mellom kode med støy og kode uten støy er gitt i tabell 4.3 for alle de ti FFI-kodene.

Kode	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
Nivå	- 12.2	- 17.1	- 17.2	- 20.8	- 20.3	- 19.4	- 22.7	- 28.9	- 29.6	- 31.0
Diff	5.2	1.1	5.4	3.2	6.1	5.8	5.1	4.3	3.8	4.2

Tabell 4.3 Maks-til-maks Sidelobenivå for korrelasjonen mellom en kode og den samme koden addert med tilfeldig generert støy. Differansen mellom disse nivåene og sidelobenivåene til kodenenes autokorrelasjon er gitt i underste rad. Alle tabellverdier er gitt i dB.

Differansen mellom disse sidelobenivåene og nivåene i autokorrelasjonen til kodene, som er gitt i tabell 4.3 er gitt i tabellen under *Diff*. Av tabellen ser en at alle kodene får en økning av sidelobenivåene. Men det finnes ingen sammenheng mellom kodelengdene og økningen. Minst økning har kode *b456* mens størst økning har kode *b1696*.

I stedet for tilfeldig generert støy ble det simulert at den lengste koden, *b29920*, ble addert opp på de andre kodene. Sidelobenivåene til korrelasjonen mellom kodene addert kode *b29920* og de rene kodene, sammen med differansen til de opprinnelige nivåer, er gitt i tabell 4.4.

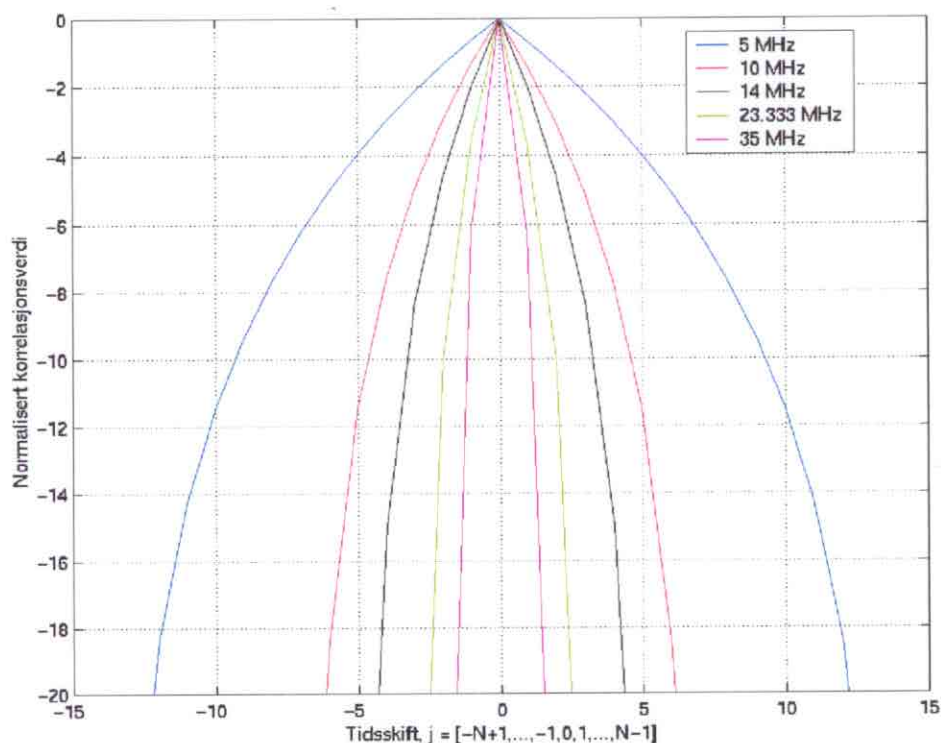
Kode	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992
Nivå	- 13.8	- 18.0	- 17.9	- 20.6	- 19.6	- 20.3	- 23.5	- 27.7	- 29.2
Diff	3.6	0.2	4.7	3.4	6.8	4.9	4.3	5.5	4.2

Tabell 4.4 Maks-til-maks sidelobenivå for korrelasjonen mellom en kode og den samme koden addert b29920. Differansen mellom disse nivåene og sidelobenivåene til kodenes autokorrelasjon er gitt i underste rad. Alle tabellverdiene er gitt i dB.

Tabell 4.4 viser forandringene i sidenivåene er litt forskjellig fra tilfeldig generert støy. Man ser heller ikke her noen sammenheng mellom kodelengde og økning i sidelobenivå. Felles for begge tabellene er at kode *b456* har minst økning i sidelobenivå, mens kode *b1696* har størst økning. Hvorfor dette er tilfellet ga simuleringene ingen svar på.

4.2.5 Autokorrelasjonens hovedlobe og oppløsning i avstand

Til slutt så man på hvordan hovedlobens bredde i autokorrelasjonsfunksjonen forandret seg med bitraten. Dette er vist i figur 4.7 der man kun ser på hovedloben i autokorrelasjonen til kodene ved ulike bitrater.



Figur 4.7 Hovedloben i autokorrelasjonen til kodene ved ulike bitrater.

Bredden på hovedloben gir oss oppløsningen man kan forvente ved bruk av kodene i et radarsignal. Dette ble diskutert i kapittel 3.4. Et vanlig mål på oppløsningen er å se hvor

mange tidsskift man må flytte seg til høyre eller venstre for at korrelasjonsverdien halveres, altså ved hvilke tidsskift skjærer hovedloben -6 dB linjen i figur 4.7. To autokorrelasjonstopper som har denne avstand i tidsskift mellom seg vil det da være mulig å skille fra hverandre. Avstanden i antall tidsskift, j , gir selve oppløsningen i avstand ved

$$\Delta r = j \cdot \frac{1}{f_s} \cdot c \quad (4.6)$$

Her er oppløsningen i avstand gitt ved Δr og samplingsfrekvensen gitt ved f_s . Ved å se på hovedlobene i figur 4.7 og bruke ligning (4.6) finner man følgende avstandsopløsninger for de ulike bitratene for $f_s = 70$ MHz. Samplingsfrekvensen blir i de ulike simuleringene satt til 70 MHz ettersom denne er mye brukt i signalbehandlingen i Forsvarets måleradar.

Kodefrekvens	5 MHz	10 MHz	14 MHz	23.333 MHz	35 MHz
Tidsskift, j	6.8	3.4	2.4	1.4	1.0
Oppløsning, Δr	29.14 m	14.6 m	10.3 m	6.0 m	4.3 m

Tabell 4.5 Simulerte avstandsopløsninger for ulike bitrater.

Som nevnt i kapittel 3.4 har man fra (3) at den teoretiske avstandsopløsningen for et signal er gitt ved båndbredden til signalet, B . Denne er gitt i ligning (3.29).

Når man definerer at båndbredden til en fasemodulert kode er gitt ved bitraten til koden, finner en at den teoretiske avstandsopløsningen ved ligning (3.29) stemmer godt overens med den simulerte oppløsningen som er gitt i tabellen over. Den teoretiske avstandsopløsningen ved ligning (3.29) er gitt i tabell 4.6.

Kodefrekvens	5 MHz	10 MHz	14 MHz	23.333 MHz	35 MHz
Oppløsning, Δr	30 m	15 m	10.7 m	6.4 m	4.3 m

Tabell 4.6 Teoretiske avstandsopløsninger for ulike bitrater.

Forskjeller i den simulerte og den teoretiske avstandsopløsningen skyldes i hovedsak unøyaktigheter i forbindelse med avlesning av tidsskiftet, j , fra figur 4.7.

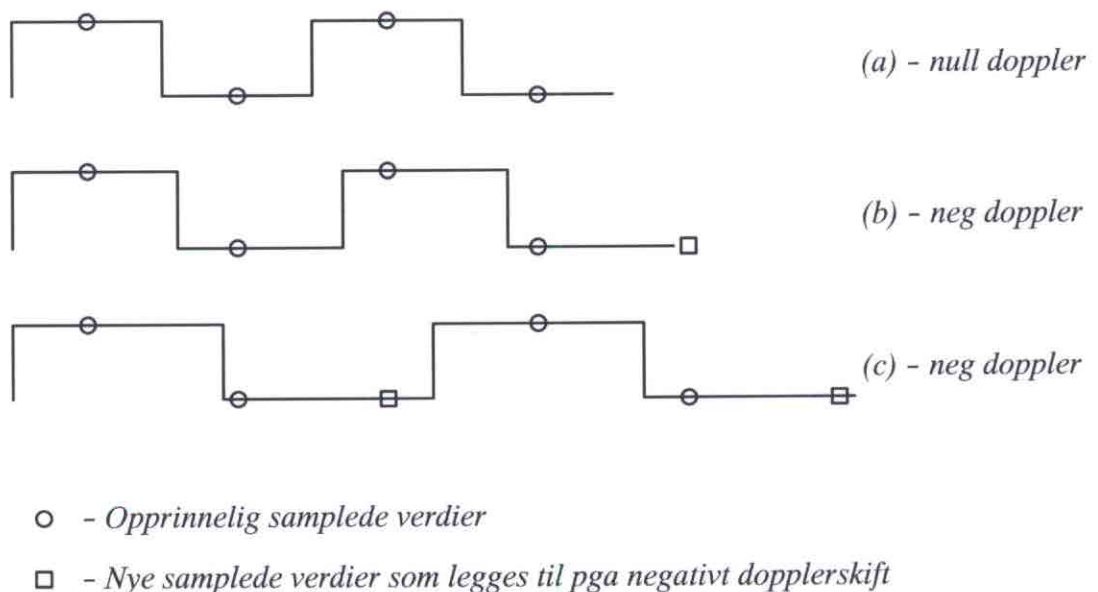
5 KORRELASJONSTAP SOM FØLGE AV DOPPLERSKIFT PÅ KODEN

I dette kapittelet ser man på hvordan selve koden påvirkes av dopplerskift. Koden er umodulert og ingen bærebølge er med i bildet. I kapittel 6 behandles dopplerskift på bærebølgen. Kapittelet består av to hoveddeler hvor den første gir en beskrivelse av hvordan dopplerskiftet påvirker koden og generering av dopplerskiftet kode. Den siste delen tar så for seg simuleringene med resultater og en diskusjon rundt disse.

5.1 Dopplerskift på koden

I simuleringene har bitene i koden bestått av et antall sampler avhengig av bitraten og samplingsfrekvens. For umodulert kode vil samplene innta verdiene -1 eller 1 . Dette gjelder både for ikke dopplerskiftet og dopplerskiftet versjon av koden. For å finne korrelasjonstapet til kodene som funksjon av dopplerskiftet korrelerer man null doppler kode med en dopplerskiftet versjon av samme kode. Deretter ser man på hvor mye autokorrelasjonstoppen til null doppler koden faller som funksjon av dopplerskiftet en har gitt koden. Hvordan man genererer de dopplerskiftede versjonene av koden blir beskrevet i avsnittet under.

For å simulere et dopplerskift kan man se på samplene som en lang vektor med verdier der man legger til nye eller fjerner verdier i vektoren. Jo større dopplerskift en vil simulere i koden til fler verdier i vektoren må legges til eller fjernes. Ved å legge til eller trekke fra sampler systematisk i vektoren vil dette gi et korrekt bilde av samplene til en dopplerskiftet versjon av koden. Hvor det skal legges til eller fjernes sampler kan illustreres i figur 5.1.



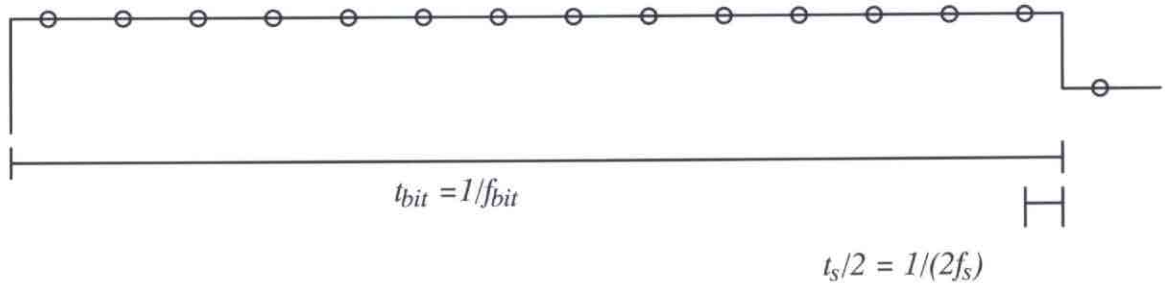
Figur 5.1 Kode samplet med ulike negative dopplerskift.

Som man ser av figur 5.1 vil koden etterhvert som den strekkes tilføres nye sampler. Det første nye samplet legges til helt i enden av koden med samme verdi som foregående sample. Når man legger til to ekstra sampler blir ett plassert i enden mens det andre plasseres midt i koden, begge med samme verdi som foregående sample. Ved å gjøre dette vil man også få med seg de forandringene som samplene får innad i koden ved dopplerskift. For lengre koder der man ønsker og legge til n sampler, deler man koden opp i n deler, og

legger så til et sample (med samme verdi som foregående sample) i enden av hver del før man setter delene sammen til den dopplerskiftede versjonen av koden. Når man ønsker å fjerne et antall sampler gjør man tilsvarende, men i stedet for å legge til ett sample, fjerner man det siste samplet i de ulike delene før koden settes sammen igjen. Denne metoden ble brukt for å lage de dopplerskiftede versjonene av koden med firkantpulser.

Videre ble det utledet en sammenheng mellom antall tilførte og fjernede sampler og dopplerskift til koden i Hz. Denne utledingen er gitt under.

Man tar utgangspunkt i at bitene i koden er symmetrisk samplet. Dette er vist i figur 5.2.



Figur 5.2 Kode med bitrate, f_{bit} , og samplingsfrekvens, f_s , symmetrisk samplet.

Symmetrisk samplet betyr at det er like stor avstand fra flanken til nærmeste sample på både høyre og venstre side.

For at koden skal tilføres eller miste ett sample må koden strekkes eller krympes med tiden $t_s/2$ slik at ny bit bredde, t_{nybit} , blir

$$t_{nybit} = \frac{1}{f_{bit}} \pm \frac{t_s}{2 \cdot M} \quad (5.1)$$

Videre vil koden måtte strekkes eller krympes ytterligere med enda en ny bitbredde, gitt i ligning (5.2), for å få tilført eller miste to sampler.

$$t_{nybit} = \frac{1}{f_{bit}} \pm \left(\frac{1}{2 \cdot f_s \cdot M} + \frac{1}{f_s \cdot M} \right) \quad (5.2)$$

Tilføres eller fjernes det n sampler fra koden vil den nye bitbredden, t_{nybit} , være gitt som

$$t_{nybit} = \frac{1}{f_{bit}} \pm \left(\frac{1}{2 \cdot f_s \cdot M} + \frac{(n-1)}{f_s \cdot M} \right) = \frac{1}{f_{bit}} \pm \frac{1}{f_s \cdot M} \left(n - \frac{1}{2} \right) \quad (5.3)$$

For n antall tilførte eller fjernede sampler vil den nye bitraten, f_{nybit} , være gitt ved

$$f_{nybit} = \frac{1}{t_{nybit}} = \frac{1}{\frac{1}{f_{bit}} \pm \frac{1}{f_s \cdot M} \left(n - \frac{1}{2} \right)} \quad (5.4)$$

Dopplerskiftet på koden, f_{Dbit} , vil da være

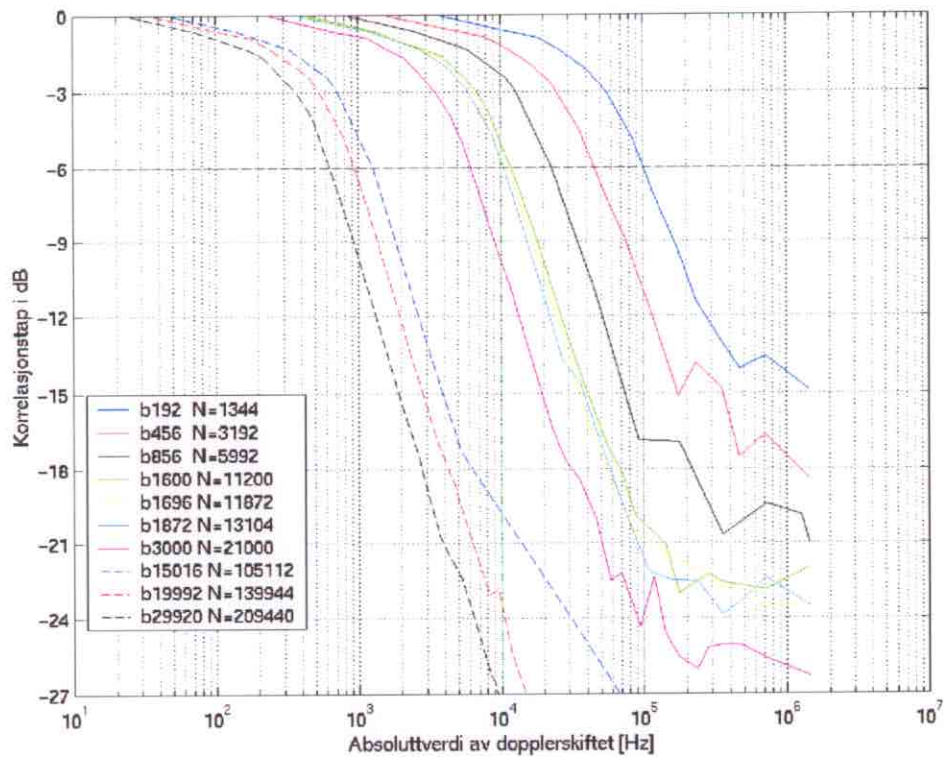
$$f_{Dbit} = f_{nybit} - f_{bit} = \frac{1}{\frac{1}{f_{bit}} \pm \frac{1}{f_s \cdot M} \left(n - \frac{1}{2} \right)} - f_{bit} \quad (5.5)$$

Med gitt kodelengde, samplingsfrekvens og bitrate har ligning (5.5) blitt brukt i simuleringene til å finne hvilket dopplerskift som tilsvarer tilføring eller fjerning av n antall sampler i koden. Hvorvidt man har + eller - i ligning (5.5) er avhengig av om man har henholdsvis negativt eller positivt dopplerskift på koden.

Kort oppsumert kan simuleringprosessen beskrives slik. Koden ble gjort om til en vektor som består av de samlede verdiene til koden avhengig av samplingsfrekvens og bitrate. For å simulere den dopplerskiftede versjonen av koden ble den strukket eller krympet ved at man la til eller fjernet sampler i vektoren. Dette gjøres systematisk ved å bruke metoden som er nevnt ved hjelp av figur 5.1. Hvor mye denne strekkingen eller krympingen av vektoren tilsvarer i dopplerskift regnes ut ved hjelp av ligning (5.5). Dopplerskiftet versjon ble så korrelert med ikke dopplerskiftet versjon av koden ved hjelp av matlab kommandoen *xcorr*. Maksimalverdien av denne korrelasjonen ble hentet ut og for ulike dopplerskift. Disse verdiene ble så normalisert og satt opp i kurver som viser korrelasjonstapet til kodene som funksjon av dopplerskiftet. Et eksempel på disse kurvene er vist i fig 5.3.

5.2 Simuleringer med resultater og diskusjon

Under simuleringen ble det foretatt undersøkelser på korrelasjonstapet til alle kodene med henholdsvis 2, 3, 5, 10 og 14 sampler pr bit i kodene. Ved en samplingsfrekvens på $f_s = 70$ MHz tilsvarer dette bitrater på henholdsvis 35, 23.333, 14, 10 og 5 MHz. Ut i fra simuleringprosessen som er beskrevet i avsnittet over ble det generert plott som viste korrelasjonstapet til kodene ved forskjellig antall sampler pr bit. Et eksempel på disse plottene er figur 5.3 der korrelasjonstapet til alle kodene ved 10 MHz bitrate er gitt. I appendiks C ligger tilsvarende plott for de andre bitratene.



Figur 5.3 Korrelasjonstap på grunn av dopplerskift på koden. Korrelasjonstapet er simulert med 7 samplere pr bit som tilsvarer 10 MHz bitrate ved 70 MHz samplingsfrekvens. Hver av kodene er angitt på plottet med totalt antall samplere, N , oppgitt.

Med utgangspunkt i figur 5.3 og plottene i appendiks C var det interessant å se på ved hvilke dopplerskift de ulike kurvene skjærer -6 dB linjen i plottet. Disse dopplerfrekvensene indikerer da et 6 dB korrelasjonstap på kodene og angis heretter som f_{-6dB} . Dopplerfrekvensene, f_{-6dB} , for alle kodene ved alle de simulerte bitratene rundet av til nærmeste 50 Hz, med tilsvarende totalt antall samplere i kodene som korreleres er gitt i tabellene 5.1 – 5.5. Tabell 5.1 har ikke med 6 dB korrelasjonstapsfrekvens for koden b29920 på grunn av problemer med å håndtere så lange vektorer i datasimuleringene.

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992
N	2688	6384	11984	22400	23744	26208	42000	210224	279888
[Hz]	50750	23750	11550	6200	5800	5400	3200	650	500

Tabell 5.1 Dopplerfrekvenser, f_{-6dB} , som gir 6 dB korrelasjonstap på kodene. Antall samplere pr bit er 14 (dvs en bitrate på 5 MHz ved 70 MHz samplingsfrekvens).

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
N	1344	3192	5992	11200	11872	13104	21000	105112	139944	209440
[Hz]	101500	47100	22850	12250	11450	10650	6300	1300	950	650

Tabell 5.2 Dopplerfrekvenser, f_{-6dB} , som gir 6 dB korrelasjonstap på kodene. Antall sampler pr bit er 7 (dvs en bitrate på 10 MHz ved 70 MHz samplingsfrekvens).

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
N	960	2280	4280	8000	8480	9360	15000	75080	99960	149600
[Hz]	136000	63200	31400	16750	16450	14650	8700	1800	1350	900

Tabell 5.3 Dopplerfrekvenser, f_{-6dB} , som gir 6 dB korrelasjonstap på kodene. Antall sampler pr bit er 5 (dvs en bitrate på 14 MHz ved 70 MHz samplingsfrekvens).

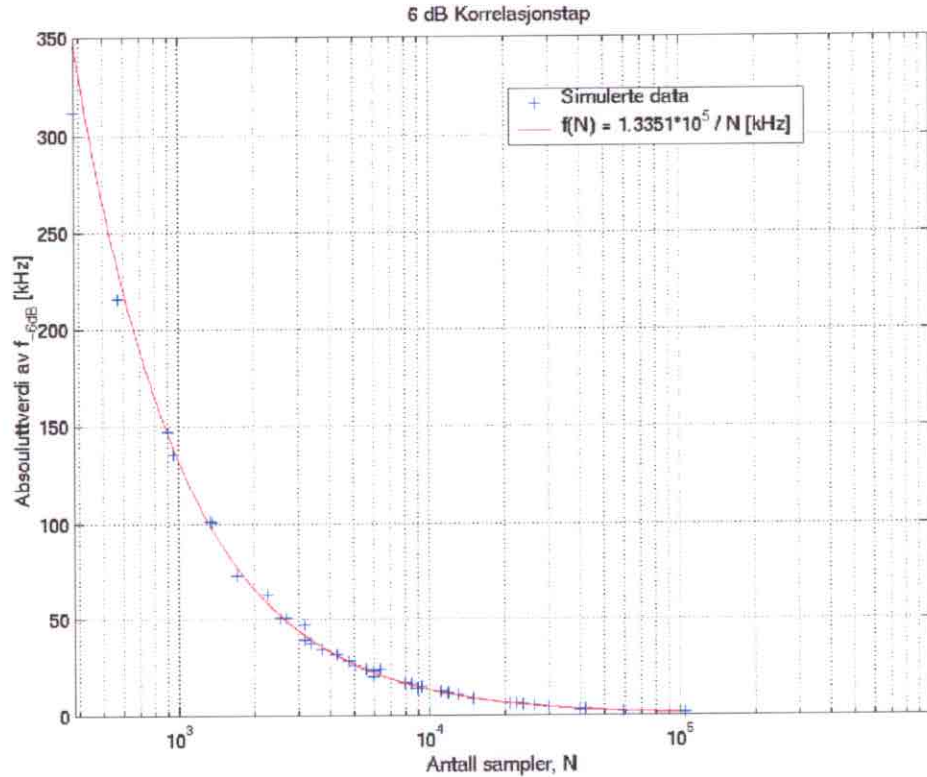
	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
N	576	1368	2586	4800	5088	5616	9000	45048	59976	89760
[Hz]	215650	100700	50500	28200	25950	23900	14000	2900	2150	1500

Tabell 5.4 Dopplerfrekvenser, f_{-6dB} , som gir 6 dB korrelasjonstap på kodene. Antall sampler pr bit er 3 (dvs en bitrate på 23.333 MHz ved 70 MHz samplingsfrekvens).

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
N	384	912	1712	3200	3392	3744	6000	30032	39984	59840
[Hz]	311900	147500	73150	39150	37500	34650	20050	4150	3100	2050

Tabell 5.5 Dopplerfrekvenser, f_{-6dB} , som gir 6 dB korrelasjonstap på kodene. Antall sampler pr bit er 2 (dvs en bitrate på 35 MHz ved 70 MHz samplingsfrekvens).

Av tabellene ser man klart at f_{-6dB} blir lavere etterhvert som kodene består av fler og fler sampler, N . Det vil si at jo lenger kodene er til mer sensitive er de for korrelasjonstap på grunn av dopplerskift. For å se om det var noen sammenheng mellom antall sampler i kodene, N , og $-6dB$ frekvensen, f_{-6dB} , ble det satt opp en grafisk sammenheng med utgangspunkt i tabellverdiene. Denne sammenhengen er vist i figur 5.4.



Figur 5.4 Frekvens som gir 6 dB korrelasjonstap, f_{-6dB} , som funksjon av antall sampler, N , som korreleres. De simulerte data er gitt i blått, mens empirisk formel for disse data er plottet i rødt.

Ut i fra figur 3.5 kan man finne en empirisk sammenheng mellom $-6dB$ frekvensen, f_{-6dB} , og antall sampler, N , som korreleres. Denne empiriske formelen, som også er plottet med rødt i figur 3.5, er gitt ved

$$f_{-6dB} = \frac{1.3351 \cdot 10^8}{N} \quad (5.6)$$

Denne formelen kan gjøres om til å angi hvilken målfastighet som gir et korrelasjonstap på 6 dB. Dette gjør en med utgangspunkt i ligning (3.15) og sammenhengen er gitt som

$$v_{-6dB} = \frac{\frac{1.3351 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^8}{2 f_{bit}}}{N} = \frac{2.0027 \cdot 10^{16}}{N f_{bit}} \quad (5.7)$$

Man har også en sammenheng mellom antall sampler, N , og bitraten, f_{bit} . Denne er gitt i ved

$$N = \frac{f_s}{f_{bit}} M \Leftrightarrow N f_{bit} = f_s M \quad (5.8)$$

I denne ligningen er f_s lik samplingsfrekvensen og M antall bit i koden, dvs kodelengden. Samplingsfrekvensen blir satt til $f_s = 70$ MHz. Setter man så ligning (5.8) inn i (5.7) får en

$$v_{-6dB} = \frac{2.0027 \cdot 10^{16}}{f_s M} = \frac{2.0027 \cdot 10^{16}}{70 \cdot 10^6 M} = \frac{2.8609 \cdot 10^8}{M} \quad (5.9)$$

For de ulike FFI-kodene vil da målshastighetene gitt i tabell 5.6 gi et 6 dB korrelasjonstap på selve koden som følge av dopplerskift av det reflekterte radarsignal.

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
v-6dB	1490	627.4	334.2	178.8	168.9	152.8	95.4	19.1	14.3	9.6

Tabell 5.6 Målshastigheter som gir 6 dB korrelasjonstap på kodene ved en samplingsfrekvens på 70 MHz. Alle tabellverdiene er gitt i km/s.

Tabell 5.6 viser at reflektorhastighetene som gir 6 dB korrelasjonstap på koden er svært høye sammenlignet med hvilke hastigheter som er aktuelle i et luftovervåkningssystem. Regner man 1 km/s som den maksimale reflektorhastighet i et slikt system viser simuleringene at dopplerskiftet fra denne hastigheten i liten grad påvirker kodene. Dermed kan man konkludere med at kodene beholder sine korrelasjonsegenskaper tiltross for dopplerskift fra reflektorer med hastighet.

6 KORRELASJONSTAP SOM FØLGE AV DOPPLERSKIFT PÅ BÆREBØLGEN

I dette kapittelet behandles korrelasjon som funksjon av dopplerskiftet på bærebølgen. Det vil si at kodene nå er modulert på en bærebølge. Kapittelet er delt i to deler der den første beskriver hvordan man matematisk kan uttrykke korrelasjonstap som følge av dopplerskift på bærebølgen. Den andre delen omhandler simuleringene med resultater og en diskusjon omkring resultatene.

6.1 Dopplerskift på bærebølgen

I dette kapittelet antar man at dopplerskift i liten grad påvirker selve kodene mens det er dopplerskiftet på bærebølgen gir et korrelasjonstap. Dette ble vist ved hjelp av simuleringene i kapittel 5.2. Anta to signaler $x(t_l)$ og $y(t_l)$ som tilsvarer henholdsvis utsendt og mottatt signal. Argumentet t_l angir at signalene er samlet med en samplingsfrekvens f_s der $t_l = l/f_s$ og l angir samplene i signalsekvensen. Signalene er fasekodet med en kode $K(t_l)$ som antar verdiene 1 og -1 og er gitt ved

$$x(t_l) = K(t_l) e^{-i2\pi f_T \frac{l}{f_s}} \quad l = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (6.1)$$

$$y(t_l) = K(t_l + \phi_{RK}) e^{-i2\pi(f_T + f_D) \frac{l}{f_s}} e^{-i2\pi\phi_{RB}} \quad l = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (6.2)$$

Det mottatte signalet, $y(t_l)$, er en forsinket og dopplerskiftet versjon av det utsendte signalet, $x(t_l)$. Utsendt bærebølgefrequens er gitt ved f_T , faseskiftet på koden på grunn av gangveien til signalet ved ϕ_{RK} , faseskiftet til bærebølgen på grunn av gangveien ved ϕ_{RB} og dopplerskiftet på bærebølgen ved f_D . De to signalene korreleres mot hverandre, og en ser så på korrelasjonstapet ved ulike dopplerskift, f_D . Korrelasjonen beskrives i ligning (3.12), og setter man ligning (6.1) og (6.2) inn i denne ligningen får en

$$r_{xy}(t_j) = \sum_{l=0}^{N-1} \overline{K(t_l)} e^{-i2\pi f_r \frac{l}{f_s}} K(t_{l+j} + \phi_{RK}) e^{-i2\pi(f_r+f_D)\frac{l+j}{f_s}} e^{-i2\pi\phi_{RB}} \quad j = -N+1, \dots, N-1 \quad (6.3)$$

Tidsskiftet til korrelasjonen angis ved j og overstrekningen gir den kompleks konjugerte. Maksimal korrelasjon har man når $j = 0$ og $\phi_{RK} = 0$ ettersom koden da er i fase. Det er tapet av den maksimale korrelasjonen som funksjon av dopplerskiftet på bærebølgen en ønsker se, dermed settes $j=0$ og $\phi_{RK} = 0$ slik at korrelasjonen blir

$$r_{xy}(t_0) = e^{-i2\pi\phi_{RB}} \sum_{l=0}^{N-1} [K(t_l)]^2 e^{i2\pi f_r \frac{l}{f_s}} e^{-i2\pi f_r \frac{l}{f_s}} e^{-i2\pi f_D \frac{l}{f_s}} \quad (6.4)$$

Dette uttrykket kan forenkles ytterligere ettersom $[K(t_l)]^2 = 1$ og $e^{-ix} \cdot e^{ix} = 1$. For å få amplituden til korrelasjonstapet tar man absoluttverdien av ligning (6.4). Dermed vil det konstante faseleddet utenfor summen falle bort. En står da igjen med et uttrykk som angir den maksimale korrelasjonsverdien som funksjon av dopplerskiftet f_D . Denne funksjonen er gitt ved

$$|r_{xy \max}(f_D)| = \left| \sum_{l=0}^{N-1} e^{-i2\pi f_D \frac{l}{f_s}} \right| \quad (6.5)$$

Ligning (6.5) angir da et snitt av ambiguitetsfunksjonen til signalene ved $\tau = 0$, dvs langs doppleraksen i ambiguitetsfunksjonen.

Ser en nærmere på ligning (6.5) kjenner man denne igjen som den Diskrete Fourier Transformen (DFT) til en *rect* puls eller en vindus-funksjon. Fra (1) har man at løsningen til den geometriske rekken i ligning (6.5) er

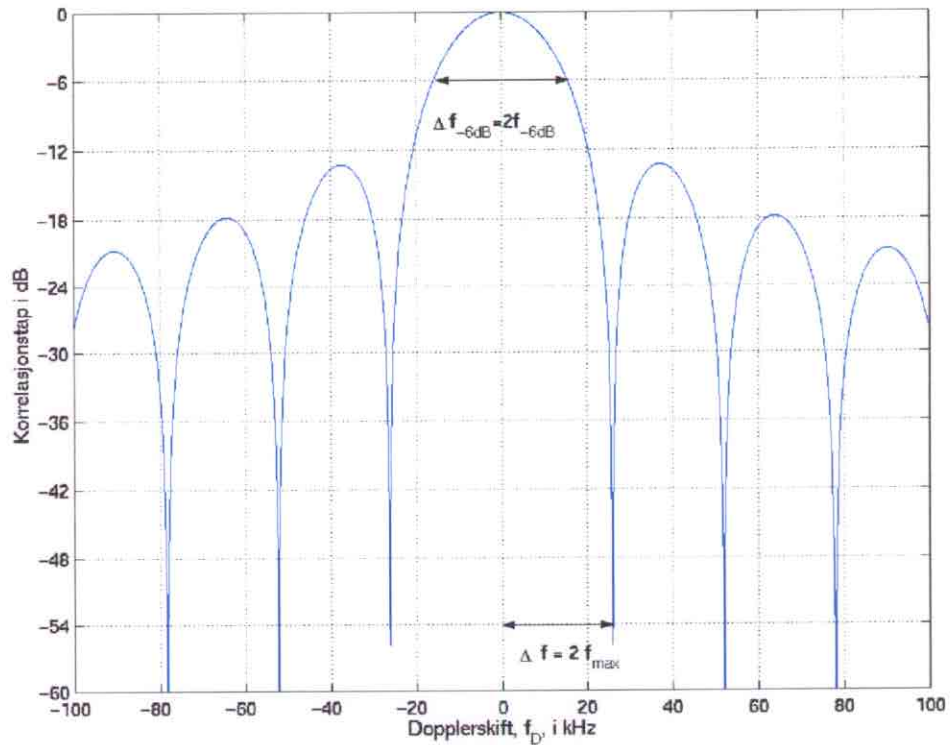
$$|r_{xy \max}(f_D)| = \left| \frac{\sin(N \pi \frac{f_D}{f_s})}{\sin(\pi \frac{f_D}{f_s})} \right| \quad (6.6)$$

6.2 Simuleringer med resultater og diskusjon

Dopplerskiftet som gir 6 dB korrelasjonstap, som funksjon av N , finner man ved å sette ligning (6.6) lik 0.5, slik at

$$\left| \frac{\sin(N \pi \frac{f_D}{f_s})}{\sin(\pi \frac{f_D}{f_s})} \right| = \frac{1}{2} \quad (6.7)$$

Løsningen på ligning (6.7) ble foretatt grafisk ved at man leste ut dopplerskiftet som gir 6 dB korrelasjonstap, f_{-6dB} , fra ulike plott der man varierte antall sampler N . Samplingsfrekvensen ble i simuleringene satt til $f_s = 70 \text{ MHz}$. Et eksempel på de simulerte plottene er gitt i figur 6.1. Antall sampler i eksempelet er $N = 2688$ noe som tilsvarer kodenlengden til $b192$ ved bitraten $f_{bit} = 5 \text{ MHz}$.



Figur 6.1 Korrelasjonstap som funksjon av dopplerskift på bærebølgen. Antall sampler som korreleres er $N = 2688$. Dette tilsvarer kodelengden til b192 med bitrate 5 MHz ved en samplingsfrekvens på 70 MHz. På figuren er den teoretiske frekvensoppløsningen, Δf , gitt i ligning (3.34) og frekvensoppløsningen ved 6dB korrelasjonstap, Δf_{-6dB} , avmerket.

Figur 6.1 viser at korrelasjonstapet har en hovedlobe og en rekke sidelobes adskilt av nullpunkter. Ved å sette ligning (6.6) lik 0 finner man at nullpunktene er gitt ved

$$f_{null} = \pm k \frac{f_s}{N} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (6.8)$$

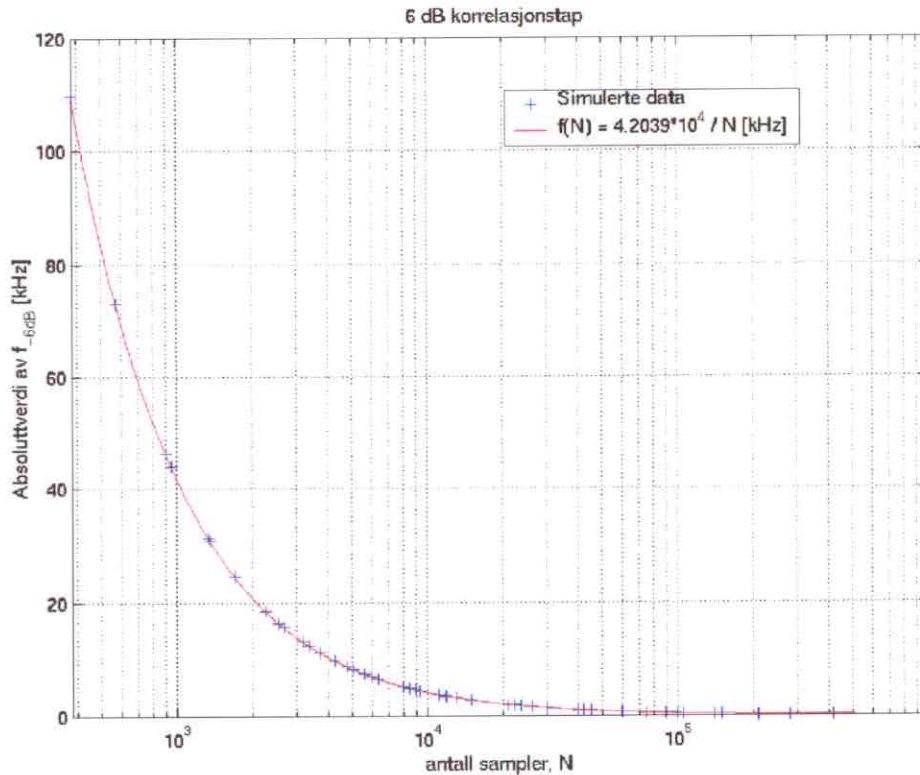
Setter man $k = 1$ i ligning (6.8) finner en denne igjen som den teoretiske frekvensoppløsningen, Δf , definert i ligning (3.34).

I figur 6.1 er det avmerket to forskjellige frekvensoppløsninger, Δf og Δf_{-6dB} . I simuleringene ble frekvensoppløsningen satt til Δf_{-6dB} . Denne er noe større enn den teoretiske frekvensoppløsningen Δf . Grunnen til dette var at man ønsket å se på forandringen i den maksimale frekvensen f_{max} ved å endre frekvensoppløsningen fra Δf til Δf_{-6dB} . Dette kan ses i sammenheng med et luftovervåkningssystem der man vil detektere reflektorer med et bredt spekter av dopplerskift ved matched filtrering, men der selve størrelsen på dopplerskiftet ikke er av betydning i første omgang.

Frekvensoppløsningene er avhengig av den toleransen man setter for korrelasjonstapet som funksjon av dopplerskiftet. For Δf_{-6dB} vil det si at man tolererer korrelasjonstap ned til 6 dB. Tilsvarende vil den teoretiske frekvensoppløsningen tolerere et korrelasjonstap på ca 4

dB. Dermed kan man si at en ser på økningen i maksimal frekvens ved å senke toleransen for korrelasjonstap fra 4 til 6 dB.

Det ble foretatt en rekke simuleringer med variert antall sampler N der f_{-6dB} ble funnet. Dette ga en grafisk sammenheng mellom f_{-6dB} og N som er vist i figur 6.2.



Figur 6.2 Dopplerskiftet som gir 6 dB korrelasjonstap, f_{-6dB} , som funksjon av antall sampler, N . Simulerte data er gitt i blått, mens empirisk formel er plottet i rødt på figuren.

Her tilsvarende f_{-6dB} den maksimale frekvensen for frekvensoppløsningen Δf_{-6dB} . Figur 6.2 viser at et stadig mindre dopplerskift kreves for 6dB korrelasjonstap ved økende antall sampler N . Dette viser at hovedloben blir smalere med økende antall N og dermed blir også frekvensoppløsningen, Δf_{-6dB} , bedre.

Ut fra figur 6.2 kan man utlede en empirisk formel som angir sammenhengen f_{-6dB} og N . Denne empiriske formelen er gitt ved

$$f_{-6dB} = \frac{4.2039 \cdot 10^7}{N} \quad (6.9)$$

Ligning (6.9) er gjengitt i figur 6.2 som det røde plottet. Ved hjelp av ligning (5.8) finner man denne maksimale frekvensen som funksjon av bitraten og kodelengden, M , gitt ved

$$f_{-6dB} = \frac{4.2039 \cdot 10^7}{f_s M} f_{bit} = \frac{0.6006}{M} f_{bit} \approx \frac{3}{5} \frac{f_{bit}}{M} \quad (6.10)$$

Samplingsfrekvensen i ligning (6.10) er satt til $f_s = 70 \text{ MHz}$. For tilsvarende parametere vil den teoretiske maksimale hastighet være

$$f_{\max} = \frac{1}{2} \frac{f_{bit}}{M} \quad (6.11)$$

Sammenligner man ligning (6.10) og (6.11) ser man en økning i maksimal frekvens på 20% ved å senke toleransen for korrelasjonstap med 2 dB fra -4 dB til -6 dB.

Ved å bruke ligning (3.15) på ligning (6.10) og (6.11) vil den teoretiske og simulerte maksimale hastighet på reflektorer, v_{\max} og v_{-6dB} , før toleransen for korrelasjonstap nås være gitt som

$$\frac{1}{2} \frac{f_{bit}}{M} = \frac{2 v_{\max}}{c} f_c \quad \Leftrightarrow \quad v_{\max} = \frac{c f_{bit}}{4 M f_c} \quad (6.12)$$

$$\frac{3}{5} \frac{f_{bit}}{M} = \frac{2 v_{-6dB}}{c} f_c \quad \Leftrightarrow \quad v_{-6dB} = \frac{3 c f_{bit}}{10 M f_c} \quad (6.13)$$

Setter man $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ og bæreølgefrekvensen, $f_c = 10 \text{ GHz}$, vil de maksimale hastighetene uttrykkes som

$$v_{\max} = \frac{7.5 \cdot 10^{-3}}{M} f_{bit} \quad v_{-6dB} = \frac{9.0 \cdot 10^{-3}}{M} f_{bit} \quad (6.14)$$

Ved bitraten, $f_{bit} = 5 \text{ MHz}$, vil de maksimale hastighetene for ulike kodelengder være som gitt i tabell 6.1.

	b192	b456	b856	b1600	b1696	b1872	b3000	b15016	b19992	b29920
v_{-6dB}	234.6	98.8	52.6	28.2	26.6	24.1	15.0	3.0	2.3	1.5
v_{\max}	195.3	82.2	43.8	23.4	22.1	20.0	12.5	2.5	1.9	1.3

Tabell 6.1 *Maksimal teoretisk og simulert hastighet, v_{\max} og v_{-6dB} for ulike kodelengder ved $f_c = 10 \text{ GHz}$, $f_s = 70 \text{ MHz}$ og $f_{bit} = 5 \text{ MHz}$. Tabellverdiene er gitt i m/s.*

Hastighetsoppløsningen ved de ulike kodelengdene vil være $\Delta v = 2 v_{\max}$ og $\Delta v_{-6dB} = 2 v_{-6dB}$ ettersom frekvensoppløsningen er gitt ved $\Delta f = 2 f_{\max}$ og $\Delta f_{-6dB} = 2 f_{-6dB}$.

Simuleringene viste at ved å endre frekvensoppløsningen fra Δf til Δf_{-6dB} , dvs senke toleransgrensen for korrelasjonstap fra 4 til 6 dB, får man en gevinst på den maksimale frekvensen på ca 20%. Det kommer også tydelig fram at kodelengden er avgjørende for hvor raskt korrelasjonen faller som funksjon av dopplerskiftet. Jo lengre koder til raskere faller korrelasjonen. Dermed bedres hastighetsoppløsningen og den maksimale hastigheten reduseres i takt med økt kodelengde. Dette stemmer overens med teorien gitt i kapittel 3.4.

7 OPPSUMERING OG KONKLUSJON

7.1 Korrelasjonsegenskapene til kodene

Først ble autokorrelasjonsegenskapene til kodene undersøkt. Her så man spesielt på maks-til-maks sidelobenivå for de ulike kodene. Dette nivået ble lavere etterhvert som kodelengdene økte, og varierte fra -17.4 dB for kode *b192* til -35.2 dB for kode *b29920*. Dette har sin årsak i at man får presset mer energi inn i de lengre kodene. Hvorvidt disse sidelobenivåene er lave nok til at de kan skille et mål med lite radartversnitt fra et nærliggende mål med stort radartversnitt fra hverandre tar en ikke stilling til her. Men undertrykningen av sidelobene virker noe lav slik at videre test av kodene i et radarsystem kan være hensiktsmessig.

Simuleringene av krysskorrelasjonen mellom kodene viste at den i forhold til autokorrelasjonstoppen til de ulike kodene var lav. Denne nivåforskjellen økte med kodelengden og varierte fra ca 10 dB for kode *b196* opp til 54 dB for kode *b29920*. Det indikerer at kodene har stor ortogonalitet seg i mellom. At kodene er ortogonale gir gode forhåpninger til å skille kodene fra hverandre ved matched filtrering. Dette viste også simuleringen med en sammensatt FFI-kode som ble korrelert mot hver enkelt delkode.

Det ble også foretatt simuleringer der man så direkte på det å skille kodene fra hverandre og fra annen tilfeldig generert støy. Ved et $SNR = 1$ ble kodene addert med tilfeldig generert støy. Som følge av dette økte det maksimale sidelobenivået til alle kodene. Reduksjonen av maksimalt sidelobenivå på grunn av addert støy varierte fra 1.1 dB for *b456* til 6.1 dB for *b1696*. Ved å addere koden *b29920* på de andre kodene fikk man også en reduksjon i sidelobenivå. Reduksjonen varierte fra 0.2 dB for *b456* til 6.8 dB for *b1696*. I begge tilfellene fant man ingen sammenheng mellom tapet i sidelobenivå og kodelengden. Hvorfor kodene *b456* og *b1696* har henholdsvis minst og størst reduksjon i sidelobenivå fant man ingen årsak til. Reduksjonen i sidelobenivået var likevel ikke større enn at det er mulig å skille ut alle kodene fra støyen ved matched filtrering. Men ettersom de lengste kodene har det laveste sidelobenivået i utgangspunktet vil disse naturlig nok være lettere å filtrere ut fra støyen enn de korte kodene..

Hovedlobens bredde i autokorrelasjonen til kodene ble også undersøkt ved simuleringer. Denne bredden gir en indikasjon på hvilken oppløsning i tid eller avstand man kan forvente seg av kodene. Det vil si hvor nært kan man plassere hovedloben til en tidsforskjøvet versjon av autokorrelasjonen inntil den opprinnelige hovedloben. Her viste simuleringene at kodelengden ikke påvirker hovedlobens bredde mens derimot bitraten har en stor innvirkning. Jo høyere bitrate man ga kodene til smalere ble hovedloben i kodenes autokorrelasjon. Dermed ble de teoretiske betraktninger man tidligere hadde omkring oppløsning og bitrate bekreftet.

Alle korrelasjonsundersøkelsene ble foretatt på umodulert kode. Det vil si at bærebølgen ikke har noen innvirkning på korrelasjonsegenskapene. Dette ble vist ved en utledning i kapittel 4.1.

Kort oppsumert kan man konkludere med at kodene har tilfredstillende korrelasjonsegenskaper med tanke på matched filtrering og ortogonalitet. Av alle de ti FFI kodene viste simuleringene at de lengste kodene hadde de beste korrelasjonsegenskapene med hensyn på det tiltenkte radarformålet. Et spørsmålstegn til sidelobenivåene i autokorrelasjonen til kodene kan man likevel sette. Undertrykkningen av sidelobene virker noe lav og derfor kan det være hensiktsmessig å undersøke dette nærmere.

7.2 Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på koden

Det ble foretatt en rekke simuleringer der man korrelerte dopplerskiftet kode med null doppler kode ved ulikt antall sampler pr bit i kodene. Disse simuleringene viste at det er en sammenheng mellom det totale antall sampler, N , som korreleres i koden og dopplerfrekvensen, f_{-6dB} , som gir 6 dB korrelasjonstap på grunn av dopplerskift på koden. Denne sammenhengen viser at man kan frigjøre seg fra selve koden og kun konsentrere seg om antall sampler som korreleres.

Sammenhengen mellom f_{-6dB} og N ble uttrykt som en empirisk formel i kapittel 6, og den viser klart at jo fler sampler koden består av til mindre dopplerskift kreves det for å få et 6 dB korrelasjonstap på koden. For at et radarmål skal gi disse dopplerskiftene det her er snakk om må målet ha hastigheter over 10 km/s. Disse hastighetene ligger langt over det man anser som normale hastigheter i et luftovervåkningssystem. Dermed vil de dopplerskift man i dette systemet snakker om ha svært liten innvirkning på korrelasjonen, og en kan av den grunn se bort i fra dopplerskift på selve koden.

7.3 Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på bærebølgen

I denne delen av rapporten ble en bærebølge introdusert til problemstillingen. Det ble vist at man kan frigjøre seg fra selve koden og kun konsentrere seg om antall sampler, N , som korreleres gjennom utledningen i kapittel 6.1.

I simuleringene så man på de maksimale dopplerfrekvensene, f_{-6dB} , som gir et korrelasjonstap på 6 dB som funksjon av antall sampler N . Denne sammenhengen er gitt grafisk i figur 6.2 og utfra denne ble det utledet en empirisk formel som gir den maksimale frekvensen, f_{-6dB} , som funksjon av kodelengden og bitraten til koden. Denne viste at jo større kodelengde til lavere blir f_{-6dB} . Dette stemmer overens med teorien gitt i kapittel 3.4.

Frekvensoppløsningen, Δf_{-6dB} , ble i simuleringene valgt dårligere enn teoretisk frekvensoppløsningen, Δf , gitt i kapittel 3.4. Dette ga utslag i at man reduserte toleransegrensen for korrelasjonstap på grunn av dopplerskift på bærebølgen fra 4 til 6 dB. Med dette som bakgrunn ønsket man å se hvor mye økning en fikk i den maksimale frekvens, f_{max} , ved å endre frekvensoppløsningen fra Δf til Δf_{-6dB} . Simuleringene viste at dette ga en gevinst på ca 20% i økt maksimal frekvens og derfor også tilsvarende dårligere frekvensoppløsning. Dermed kan man i en situasjon der man ønsker høy maksimal frekvens, mens frekvensoppløsningen er av mindre betydning, øke maksimal dopplerfrekvens ved å redusere toleransen for korrelasjonstap.

Litteratur

- (1) Levanon N (1988): *Radar Principles*, John Wiley & sons, Inc., New York.
- (2) Haykin S (1994): *Communication Systems*, John Wiley & sons, Inc., New York.
- (3) Jakowatz Jr C V, Wahl D E, Eichel P H, Ghiglia D C, Thompson P A (1996): *Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar: A Signal Processing Approach*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- (4) Lempel A, Cohn M, Eastman W L (1977): *A Class of Binary Sequences with Optimal Autocorrelation Properties*, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-23, No 1, January 1977.
- (5) Lia H (1994): *Koding for feilkontroll*, Universitetsstudiene på Kjeller.
- (6) Hogberg S W, Si J (1999): *Decimating Pseudorandom Noise Receiver*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 35, No 1, January 1999.

APPENDIKS

A UTLEDNING AV DOPPLERSKIFT - MONOSTATISK RADARTILFELLE

Har et signal som er gitt i (A.1).

$$u_T(t) = K(t) \cos(2\pi f_T t) \quad (\text{A.1})$$

Hvor $u_T(t)$ er utsendt signal der $K(t)$ er koden og cosinusleddet representerer bæreølgen med frekvens f_T . Dette signalet reflekteres av et mål med radiell hastighet, v , mot sender/mottaker en avstand R_0 ved tiden $t = 0$. Posisjonen til målet som funksjon av tiden er da gitt ved

$$R(t) = R_0 - v t \quad (\text{A.2})$$

Signalet har tidsforsinkelsen $\tau(t)$ på turen mellom sender, mål og mottaker. Denne tidsforsinkelsen, τ , er avhengig av tiden ettersom målet hele tiden forandrer avstand til sender/mottaker som funksjon av tiden. Mottatt signal ved tiden t blir da

$$u_R(t) = \alpha u_T(t - \tau(t)) \quad (\text{A.3})$$

Her er α et tall som representerer amplitudedempingen som oppstår på signalet under transmisjonen fra sender til mottaker. Signalet, $u_R(t)$, som mottas ble reflektert ved målet ved tiden $t - \tau(t)/2$. Avstanden til målet var da

$$R(t - \frac{\tau(t)}{2}) = R_0 - v(t - \frac{\tau(t)}{2}) = c \frac{\tau(t)}{2} \quad (\text{A.4})$$

Løser man (A.4) med hensyn på $\tau(t)$ får en

$$\tau(t) = \frac{2R_0}{1 - \frac{v}{c}} - \frac{2v}{1 - \frac{v}{c}} t \quad (\text{A.5})$$

Setter man dette inn i (A.1) får man

$$u_R(t) = \alpha \cdot u_T\left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} t - \frac{2R_0}{1 + \frac{v}{c}}\right) \quad (\text{A.6})$$

Ved å rekkeutvikle uttrykkene i (A.6) kan dette forenkles. Dette gjøres i (A.7) og (A.8).

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} = (1 + \frac{v}{c}) \left[1 + \frac{v}{c} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 + \dots \right] = 1 + \frac{2v}{c} + 2\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \dots, \quad 0 < \frac{|v|}{c} \ll 1 \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{2R_0}{1 + \frac{v}{c}} = \frac{2R_0}{c} \left[1 - \frac{v}{c} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 - \dots \right], \quad 0 < \frac{|v|}{c} \ll 1 \quad (\text{A.8})$$

Ser man bort fra andre ordensledd og høyere i rekkeutviklingen, og setter (A.7) og (A.8) inn i (A.6) får en

$$u_R(t) \approx \alpha u_T\left(\left(1 + \frac{2v}{c}\right)t - \frac{2R_0}{c}\left(1 - \frac{v}{c}\right)\right) \quad (\text{A.9})$$

Dette gir oss et frekvensskift som er avhengig av hastighet, v , til målet og et faseskift som er avhengig av hastighet og avstand til målet. Skriver man uttrykket til det mottatte reflekterte signalet helt ut vil dette være gitt som

$$u_R(t) \approx aK \left(\left(1 + \frac{2v}{c}\right)t - \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \right) \cos \left(2\pi f_T \left(\left(1 + \frac{2v}{c}\right)t - \frac{2R_0}{c} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \right) \right) \quad (\text{A.10})$$

Konsentrerer man seg kun om leddene som gir ett frekvensskift og ser bort i bra faseskiftet, ser man at skiftet i frekvensen som følge av at målet beveger seg er gitt ved

$$f_D = \frac{2v}{c} f_T \quad (\text{A.11})$$

Dette kalles dopplerskiftet, f_D , og er som sagt avhengig av målets radielle hastighet mot mottaker, v , og utsendt frekvens fra sender, f_T . Faktoren c er lysets hastighet som er $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

APPENDIKS

B MATLAB PROGRAMMERINGSKODE

B.1 Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på koden

Funksjonen dopplerskift(a,t,x):

```
function [y1,y2] = dopplerskift(a,t,x)
b = firkant(a,t);
for (i = 1 : 1 : length(x))
    c = firkant1(b,t,x(i));

    y1(i) = max(abs(xcorr(b,c)));
end
for (i=1:1:length(x))
    c1 = firkant2(b,t,x(i));

    y2(i) = max(abs(xcorr(b,c1)));
end
y1 = 20*log10(y1/max(y1));
y2 = 20*log10(y2/max(y2));
```

Funksjonen firkant(a,t):

```
function [A] = firkant(d,t);
A=[];
B=[];
for (i=1:1:length(d))
    if d(i) == 1
        B = ones(1,length(t));
    elseif d(i) == -1
        B = -ones(1,length(t));
    end
end
A = cat(2,A,B);
end
```

Funksjonen firkant1(d,t,x):

```
function [A] = firkant1(d,t,x);
A=[];
B=[];
for (I=0:1:x-1)
    for (i=I*(length(d)/x) + 1:(length(d)/x)*(I+1))

        if d(i) == 1
```

```

        B = 1;
    elseif d(i) == -1
        B = -1;
    end
A = cat(2,A,B);
end

```

Funksjonen firkant2(d,t,x):

```

function [A] = firkant2(d,t,x);
A=[];
B=[];
for (I=0:1:x-1)
for (i=I*(length(d)/x) + 1:1:(length(d)/x)*(I+1))
    if d(i) == 1
        B = 1;
    elseif d(i) == -1
        B = -1;
    end
end
A = cat(2,A,B);
end

```

B.2 Korrelasjonstap som følge av dopplerskift på bærebølgen

```

format compact
Nsample = 14*192;           %antall samples
fs = 70e6;                 %samplings frekvens
dFstart = -110000 ;
dFstep = 100;
dFstopp = 110000;
dF = dFstart:dFstep:dFstopp;
Res = zeros(1,size(dF,2));
j = 0;
for f=dF
    j = j+1;
    Res(1,j) = abs(sum(exp(-i*2*pi*(0:(Nsample-1))/fs.*f),2))/Nsample;
end
Res = 20*log10(Res);
hold on; plot(dF/1e3,Res, 'b-')
grid on;

```

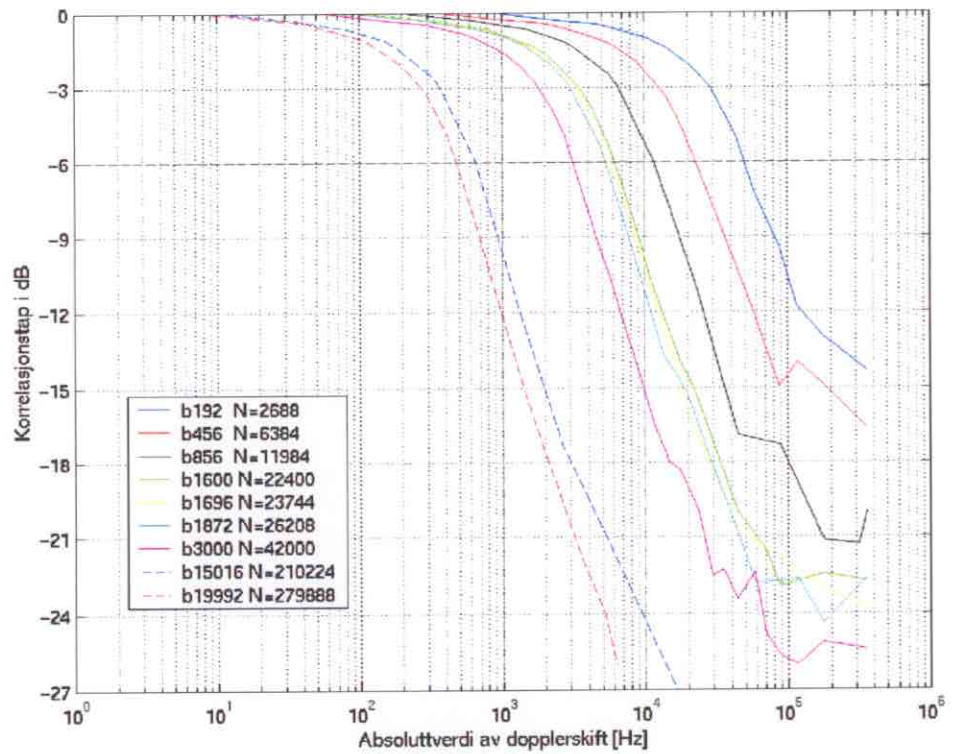
B.3 Generering av tilfeldig støy

Funksjonen generer(x):

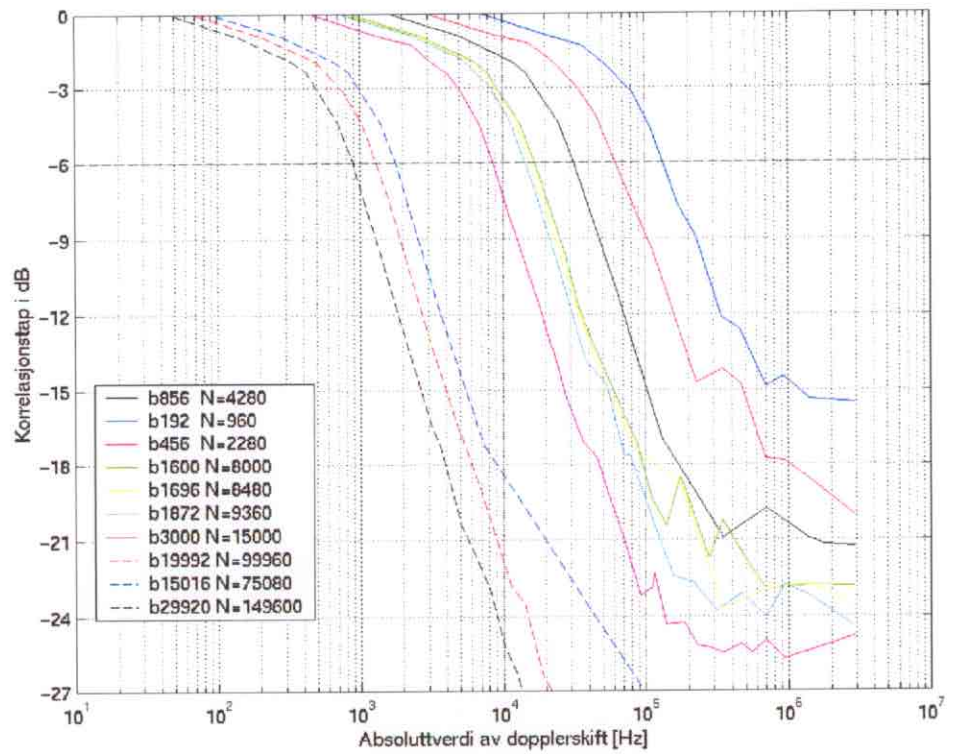
```
function [y] = generer(x)
z = [1:x];
z1 = rand(size(z));
for (i = 1 : 1 : x)
if z1(i) < 0.5
y(i) = -1;
elseif z1(i) >= 0.5
y(i) = 1;
end
end
```


APPENDIKS

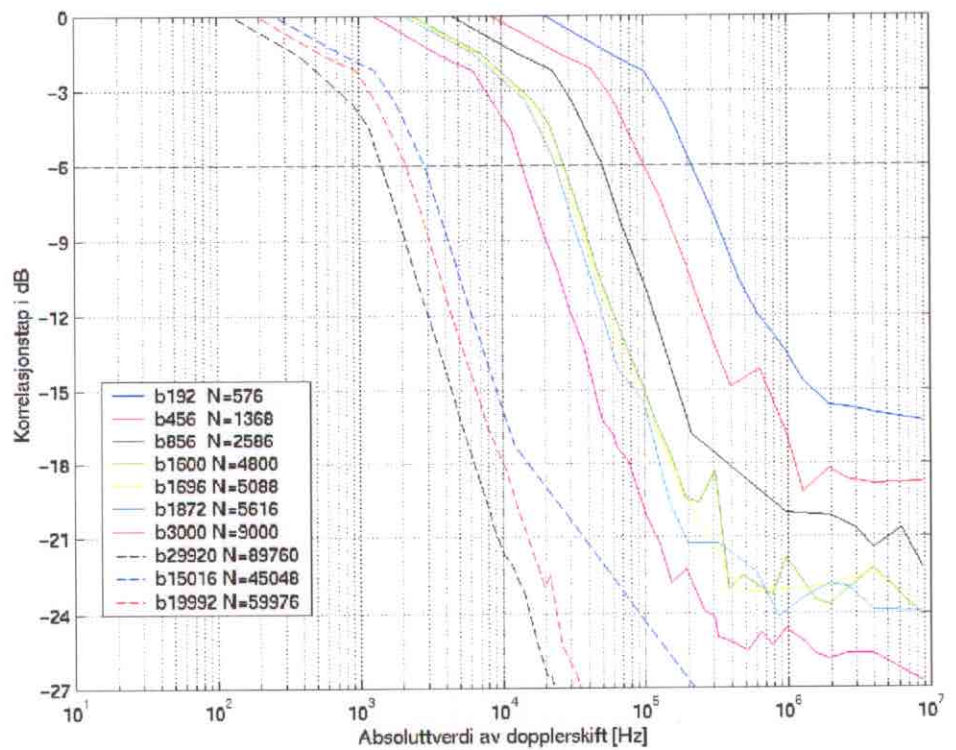
C PLOTT AV KORRELASJONSTAP SOM FØLGE AV DOPPLERSKIFT PÅ KODENE



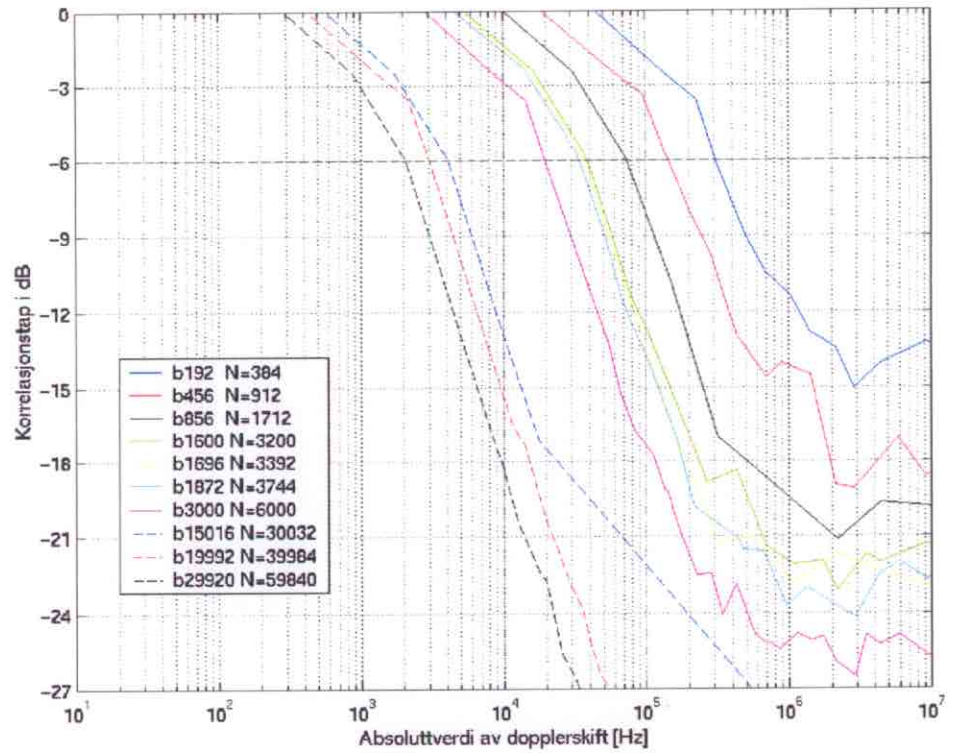
Figur C.1 Korrelasjonstap i dB som funksjon av dopplerskift på koden. Simuleringen foregikk i dette tilfellet med 14 sampler pr bit (dvs 5 MHz bitrate ved 70 MHz sampling).



Figur C.2 Korrelasjonstap som funksjon av dopplerskift på koden (5 sampler pr bit).



Figur C.3 Korrelasjonstap som funksjon av dopplerskift på koden (3 sampler pr bit).



Figur C.4 Korrelasjonstap som funksjon av dopplerskift på koden (2 sampler pr bit).

APPENDIKS

D SYMBOLLISTE

A	Amplitude	T_I	Belysningstid
B	Effektiv båndbredde	T_s	Systemstøy temperatur
c	Lysets hastighet $3 \cdot 10^8$ m/s	t	Tid i sekunder
f	Generell frekvens	t_{bit}	Bitbredden i tid
f_{bit}	Bitrate	v	Hastighet
f_c	Bærebølgefrequens	α	Dempningsfaktor
f_D	Dopplerfrekvens	Δf	Oppløsning i frekvens
f_{Db}	Dopplerskift på bitraten	Δr	Oppløsning i avstand
f_{Dc}	Dopplerskift på bærebølge	Δv	Oppløsning i hastighet
f_R	Mottatt frekvens	ϕ_0	Konstant fase
f_s	Samplingsfrekvens	λ	Bølgelengde
f_T	Utsendt frekvens	σ	Radartverrsnitt
G	Antenne gain	τ	Tidsforsinkelse, tidsskift
k, K	konstant	*	Kompleks konjugert
k_b	Boltzmanns konstant = $1.38 \cdot 10^{-23}$ Ws/K		
L	Tap pga støy		
N_0	Hvit Gaussisk støy		
P_{ave}	Gjennomsnittlig utsendt effekt		
PRF	Puls repetisjons frekvens		
R	Avstand		

FORDELINGSLISTE

FFIE

Dato: 19 desember 2000

RAPPORT TYPE (KRYSS AV)			RAPPORT NR	REFERANSE	RAPPORTENS DATO			
<input checked="" type="checkbox"/>	RAPP	<input type="checkbox"/>	NOTAT	<input type="checkbox"/>	RR	2000/06134	FFIE/726/170	19 desember 2000
RAPPORTENS BESKYTTELSESGRAD				ANTALL EKS UTSTEDT	ANTALL SIDER			
UGRADERT				38	55			
RAPPORTENS TITTEL				FORFATTER(E)				
KORRELASJONS- OG DOPPLEREGENSKAPENE TIL EN KLASSE LINEÆRE FASEKODEDE SIGNALER				LARSEN Svein Sigurd				
FORDELING GODKJENT AV FORSKNINGSSJEF:				FORDELING GODKJENT AV AVDELINGSSJEF:				
								

EKSTERN FORDELING

INTERN FORDELING

ANTALL	EKS NR	TIL	ANTALL	EKS NR	
5		Larsen, Svein Sigurd Kurlandsåsen 58 2006 LØVENSTAD	14		FFI-Bibl
			1		Adm direktør/stabssjef
			1		FFIE
			1		FFISYS
1		Major Sverre Vestad, LVI	1		FFIBM
			1		FFIN
1		Rådgiver Tore Belsnes, FO/E	1		Rune Gundersen, FFIE
			1		Halvor Bjordal, FFIE
1		Orlogskaptein Erik Olsson, FO/SST	1		Richard Norland, FFIE
			1		Karl-Erik Olsen, FFIE
			1		Terje Johnsen, FFIE
			6		Arkiv, FFIE
					FFI-veven