FFI-RAPPORT

18/02058

Sannsynligheter og usikkerheter

– begrepsavklaring i forbindelse med risikovurderinger

Odd Busmundrud

Sannsynligheter og usikkerheter
– begrepsavklaring i forbindelse med risikovurderinger

Odd Busmundrud

Forsvarets forskningsinstitutt (FFI) 8. januar 2019

Emneord

Kritiske samfunnsfunksjoner
Risiko
Samfunnssikkerhet
Sannsynlighet
Sikkerhet
Statistikk

FFI-rapport

18/02058

Prosjektnummer

1391

ISBN

P: 978-82-464-3120-8
E: 978-82-464-3121-5

Godkjennere

Monica Endregard, *forskningsleder*
Janet Martha Blatny, *forskningsdirektør*

Dokumentet er elektronisk godkjent og har derfor ikke håndskreven signatur.

Sammendrag

Sannsynlighet er et viktig begrep i risikovurderinger. Denne rapporten tar for seg grunnleggende begreper innen sannsynlighetsregning og matematisk sannsynlighet, og gir et historisk tilbakeblikk på matematikken som ligger bak. Begreper som kvantitativ og kvalitativ sannsynlighet brukt i forbindelse med risiko blir omtalt.

Kvantitativ sannsynlighet betyr at man har tilstrekkelig med data til å utføre numeriske beregninger og komme fram til et numerisk uttrykk for sannsynlighet for at en hendelse kan inntreffe.

Kvalitativ sannsynlighet betyr at man ikke har tilstrekkelig med data til å kunne regne seg fram til et numerisk uttrykk for risiko. Man må i slike tilfeller basere seg på kunnskap og skjønn, studere begreper og egenskaper og trekke slutninger ut fra disse elementene.

Rapporten tar for seg historiske trekk i utviklingen av sannsynlighetsregning og gir eksempler på hvordan sannsynlighetsregning brukes for å studere ulykker eller naturhendelser. Direktoratet for samfunnssikkerhet og beredskap (DSB) har utgitt veiledere om hvordan kvalitative risikovurderinger ved samfunnsrisiko kan gjøres. I rapporten ser vi nærmere på disse veilederne og knytter dette opp til hvordan risiko uttrykkes som produktet av sannsynlighet og konsekvens slik det er vanlig i forsikringsbransjen. Rapporten viser hvordan dette kan gi et grunnlag for å presentere risikovurderinger for brukerne av vurderingene, også ved kvalitative risikovurderinger.

Summary

Probability is a basic concept in risk analysis. This report attempts to clarify central concepts involving probability, uncertainty and statistics. Basic probability calculus is described, and a brief history of the development of the mathematics of probability calculus is given. Quantitative and qualitative probability in connection with societal risk analysis is described.

Quantitative probability refers to a situation where one has sufficient data to perform numerical calculus to arrive at a probability for an event to happen.

Qualitative probability refers to a situation where one lacks sufficient data to perform this calculus. In this case, one has to rely on knowledge and judgement, and study concepts and properties and draw conclusions based on these.

The report describes historical features in the development of probability calculus and gives some examples in connection with accidents and natural events. The Norwegian Directorate for Civil Protection (DSB) has issued guidelines on how to perform analysis of societal risk. Based on these guidelines, this report links the use of qualitative risk analysis to traditional expression of risk as a product of probability and consequence. It is demonstrated how this can give a simplified description of risk to users of the risk analysis.

Innhold

Forord

Bakgrunnen for denne rapporten er forfatterens eget ønske om å forstå mer av sannsynlighetsbegrepet i forbindelse med risikoanalyser, og den startet egentlig som et internt notat. Imidlertid viste det seg at interessen var større enn forventet, og den er derfor utvidet til å bli en FFI-rapport. Det er lagt vekt på at den skal være til nytte også for personer som har annen fagbakgrunn enn realfag. Derfor er en del av den mer intrikate matematikken samlet i egne vedlegg.

Jeg vil takke Øyvind Andreassen, Janita Andreassen Bruvoll og Monica Endregard fra FFI, og Ann Karin Midtgaard fra DSB for nyttige kommentarer og innspill.

1 Innledning

Siden 1994 har beskyttelse av samfunnet (BAS) vært et satsingsområde ved FFI. (Hæsken, Olsen, Fridheim 1997). Det åttende BAS-prosjektet (BAS8) nærmer seg nå sin ferdigstillelse. I henhold til prosjektavtalen er risiko og sårbarhet for kritisk infrastruktur og kritiske samfunnsfunksjoner et prioritert område. Målsettingen er å forske på tilnærminger og metodikk for vurdering av sårbarhet, risiko og beredskap knyttet til anvendelse av komplekse samfunnsinfrastrukturer. Arbeidet skal danne grunnlag for å utvikle en egnet tilnærming til risikovurderinger

En risikoanalyse dreier seg om å forstå skadelige hendelser som ikke er nøyaktig beskrevet, men baserer seg på sannsynligheter og vurderinger. FFI ga i 2015 ut en oversikt over norske og internasjonale standarder og retningslinjer for risikovurderinger for tilsiktede uønskede handlinger (Busmundrud, Maal, Kiran, Endregard, 2015). Direktoratet for samfunnssikkerhet og beredskap (DSB) har også utgitt flere veiledere for hvordan risiko- og sårbarhetsanalyser (ROS) kan gjøres (DSB 2014a, DSB 2014b).

Et sentralt begrep i risikoanalyser er sannsynligheter og usikkerheter. Dette er begreper som ikke alltid er like klart definert og forstått. Denne rapporten er et forsøk på å klargjøre disse begrepene, viderefører tidligere arbeider, og gir også et forslag til hvordan resultatet av en risikovurdering kan formidles.

1.1 Oversikt over symboler og matematiske uttrykk

Av hensyn til lesere som har annen fagbakgrunn enn realfag er det her gitt en oversikt over begreper som er brukt i denne rapporten.

a) Potens: En potens er et tall som ganges med seg selv et visst antall ganger. For eksempel kan regnestykket $2\cdot2\cdot2\cdot2$ skrives 2^4, som betyr at 2 skal ganges med seg selv 4 ganger. $2^4 = 8$. Generelt kan vi skrive $x^n = x\cdot x\cdot x\cdots$ n ganger. Men her trenger hverken x eller n være et helt tall, og n kan også være et negativt tall.

b) Logaritme: Logaritmen med grunntall b til et tall a er den eksponenten c som grunntallet må opphøyes i for å gi tallet. Dette betyr at hvis $a = b^c$, er c logaritmen til a med grunntall b. Hvis f.eks. b = 10 kan vi skrive $100 = 10^2$. Da er $\lg(100) = 2$, der lg betegner logaritme med grunntall 10. F.eks. er $\lg(50) = 1{,}69897$ fordi $10^{1{,}69897} = 50$. Hvis man ikke spesifiserer grunntallet i logaritmesystemet kan man skrive log.
To nyttige regneregler her er:
$\log(a\cdot b) = \log(a) + \log(b)$, og $\log(a^b) = b\cdot\log(a)$. Disse reglene gjelder uavhengig av hva som er grunntallet til logaritmen.
I matematikk brukes ofte logaritme med grunntallet e. Tallet e er et irrasjonalt tall, et tall som ikke kan skrives med et endelig antall desimaler. $e \approx 2{,}718281828\ldots$. Det kalles også Eulers tall, og er et viktig tall i matematikken. Logaritme med grunntallet e kalles naturlig logaritme, og skrives ln. For eksempel er $\ln(e) = 1$, fordi $e^1 = e$.

Noen symboler som er brukt her er de følgende:
e: grunntallet i det naturlige logaritmesystemet
K, K_0: Konsekvens
n, N, M: brukes ofte for å betegne heltall (1, 2, osv)
p: sannsynlighet for en enkelthendelse
P, P_N, P_f, P_0: Overordnede sannsynligheter
x, y, z, …: symboliserer tall som kan ha en hvilken som helst størrelse
μ (my), σ (sigma): brukes ofte for å betegne gjennomsnitt og standardavvik i statistiske fordelinger
λ (lambda): Brukes i poissonfordelingen for å symbolisere gjennomsnittlig antall hendelser i en periode.

2 Tilfeldigheter, sannsynligheter og risiko

«Det er vanskelig å spå – især om fremtiden.» Utsagnet er velkjent, opprinnelsen diskutabel.[1] Fremtidige hendelser kan være preget av tilfeldigheter, men det går an å mene noe om hva som kan skje. Dette gjelder også risikovurderinger. Ved risikovurderinger spiller sannsynlighet en fundamental rolle. Sannsynlighet kan uttrykke hva vi mener om muligheten for at tilfeldige fremtidige hendelser kan inntreffe. Sannsynlighet kan defineres på flere måter. To mulige definisjoner er følgende (Aven 2010: 623-624):

(a) *A probability is interpreted as a relative frequency* P_f*: the relative fraction of times the event occur if the situation analysed were hypothetically "repeated" an infinite number of times. The underlying probability is unknown, and is estimated in the risk analysis. We refer to this as the relative frequency interpretation.*

(En sannsynlighet er å forstå som en relativ frekvens P_f, som den brøkdelen av antall ganger et definert fenomen opptrer når en hypotetisk situasjon blir gjentatt et uendelig antall ganger.)

(b) *Probability P is a measure of uncertainty about future events and consequences, seen through the eyes of the assessor and based on some background information and knowledge. Probability is a subjective measure of uncertainty, conditional on the background knowledge (the Bayesian perspective).*

(Sannsynlighet P er å forstå som et mål for usikkerheten om fremtidige hendelser og

[1] Store norske leksikon (2009) .
https://snl.no/Det_er_vanskelig_%C3%A5_sp%C3%A5_%E2%80%93_is%C3%A6r_om_fremtiden

konsekvenser, slik den som vurderer det ser det, basert på tilgjengelig informasjon og kunnskap.)

Felles for disse definisjonene er at sannsynlighet er et mål for usikkerhet om fremtiden.

2.1 Kvalitativ og kvantitativ risiko

En utfordring ved risikovurderinger av hendelser som skjer relativt sjelden er mangel på kvantitative data, altså data som utrykker størrelser med tall, og som det går an å bruke i beregninger. I en industriell sammenheng, eller i en forsikringssammenheng, har man ofte data for hvor ofte en hendelse kan forventes å inntreffe, og hvilken skade som kan oppstå. Da har man kvantitative data. Også når det gjelder naturskapte hendelser kan man ofte ha data, slik som meteorologiske målinger, som kan si noe om muligheten for at en hendelse kan inntreffe.

For andre hendelser som forventes å inntreffe sjelden har man ikke tilstrekkelig med data, men må foreta en kvalitativ vurdering. Da studerer man begreper og egenskaper og trekker slutninger ut fra disse. Ofte kan man riktignok oppleve at kvalitative vurderinger av risiko gjøres om til tall som gjerne uttrykker sannsynlighet og konsekvens. Dette kan være praktisk for å lette oversikten, men det betyr ikke at vurderingen går over fra å være kvalitativ til å være kvantitativ, noe man av og til kan se at det oppfattes som. Det er viktig å være klar over hva det er man da regner på og hva sannsynligheter betyr.

2.2 Semantisk[2] og matematisk sannsynlighet

2.2.1 Semantisk sannsynlighet

Når vi bruker ordet sannsynlighet i dagligtale, dreier det seg ofte om å gi uttrykk for en usikkerhet – at vi ikke er sikre på at det vi sier er riktig, men at vi tror det kan være mer riktig enn uriktig. Jeg kan si at: «det blir sannsynligvis oppholdsvær i morgen». Da har jeg tro på at det ikke blir regn, men jeg er ikke helt sikker, så jeg bruker ordet sannsynligvis for å gardere meg mot kritikk i tilfelle det skulle komme noen regndråper. Dette kan kalles semantisk sannsynlighet, en språklig betydning av sannsynlighet. Dette er vanlig bruk, gjerne uten at vi tenker over det. Samtidig er det en språkbruk som samsvarer ganske godt med bruken av sannsynlighet i forbindelse med risikovurderinger hvor vi mangler tilstrekkelig harde fakta, som i definisjon (b) ovenfor.

2.2.2 Matematisk sannsynlighet

Dersom man har fenomener som kan beskrives med tall, kan det gi mening å snakke om matematisk sannsynlighet. Det enkleste er å se på forekomsten av definerte hendelser som enten kan skje eller ikke kan skje. Da kan man erstatte språklige begreper med matematiske begreper,

[2] Betydningen av ord

og får en gren av matematikken som beskjeftiger seg med sjanser og tilfeldigheter – sannsynlighetsregning.

Et eksempel kan være en maskin som produserer en bestemt artikkel. Det forekommer noen ganger at det som kommer ut av maskinen er defekt, ut fra et definert kriterium.[3] Hvis man for eksempel undersøker 100 artikler og finner at 8 av disse er defekte, kan man si at det er 8 % sannsynlighet for at maskinen feiler. Men kan vi stole på at dette er riktig? Hvis man gjentar opptellingen med en ny produksjonsserie finner man kanskje bare 5 feil, neste gang finner man kanskje 9 feil av 100. Da har man et noe større datagrunnlag, og kan si at sannsynligheten for feil er (8+5+9)/(100+100+100) = 0,0733 = 7,33 %, eller uttrykke det matematisk som P(feil)=0,0733. (P = probabilitet, sannsynlighet).

Sannsynlighet kan altså angi antall utfall ev en bestemt type dividert med det totale antall forsøk.

Dette illustrerer at en sannsynlighet ikke er et nøyaktig tall, men selv har usikkerhet. Men jo større datagrunnlaget er, jo mindre blir usikkerheten, og jo nyttigere blir statistikken for å forutsi fremtidige feil i produksjonen. Hvis man hadde to maskiner, kunne man sammenligne disse og se om den ene produserte flere feil enn den andre. Men før man kan si at det er forskjell på maskinene, må man ha produsert et tilstrekkelig antall artikler til at man kan si at forskjellen i feilprosent ikke skyldes en tilfeldighet. Her kommer matematikken inn i bildet. Matematisk statistikk dreier seg ofte om å finne ut om det er en virkelig forskjell mellom to sett med data. Her syndes det ofte blant amatørstatistikere som trekker konklusjoner på ufullstendig grunnlag, og det er dette som har skapt ordtaket: «Det finnes tre typer løgn. Løgn, forbannet løgn og statistikk».

2.2.3 Sannsynlighetens matematikk

Eksemplet i kapittel 2.2.2 er et spesialtilfelle hvor man har å gjøre med en egenskap som enten opptrer eller ikke opptrer, men man ser ikke på graden av egenskapen. Ofte trenger man bare å undersøke om noe skjer eller ikke skjer, ikke minst i forbindelse med muligheten for ulykker. Det kan da være nyttig å snakke om sannsynligheten for at noe skal skje.

Et typisk eksempel for å forklare hva som menes med sannsynlighet er at man har en bøtte med svarte og hvite kuler. Så trekker man opp en vilkårlig kule. Hvis det f.eks. er én svart og ni hvite kuler i bøtta, er sannsynligheten for å trekke en svart kule 1/10 = 0,1 = 10 %. Legger vi den kula vi trakk tilbake i bøtta og rører godt rundt og trekker på nytt, er sannsynligheten for å trekke svart fortsatt 10 %, uavhengig av hva vi trakk forrige gang. Men etter å ha trukket hvitt ni ganger på rad er det lett å tenke at: «Nå må jeg da trekke svart neste gang. Det er tiende gang, og sannsynligheten for å trekke svart er jo én av ti». Det er slik personer som ruinerer seg på pengespill ofte tenker.

[3] Eksemplet er hentet fra Erling Sverdrup: Lov og tilfeldighet I, Universitetsforlaget 1964

Det kan riktignok være situasjoner hvor det som har skjedd tidligere gir tilleggsinformasjon som påvirker sannsynligheten for at noe fremtidig kan skje, men i det følgende vil vi se på situasjoner der dette ikke er tilfelle. Da blir en definisjon på sannsynlighet for en hendelse: *hvor ofte hendelsen ville inntreffe dersom vi kunne gjenta situasjonen et uendelig antall ganger*. Men det er bare en tenkt mulighet. Derfor må man bruke matematikk og regne. Det har man tenkt og gjort i mange år, og enkelte av fortidens matematikere har gitt navn til måter å regne på.

En av disse matematikerne var Jacob Bernoulli (1654 – 1705). Han så på mulige utfall i situasjoner der det bare var to muligheter, enten suksess eller tap. Et eksempel kan være muligheten for å få en sekser i et terningkast. Der er det seks mulige utfall, men bare ett av dem er suksess, en sekser. Så muligheten for suksess er 1/6. Her sier man gjerne at sannsynligheten for sekser 1/6 = 0,166667 = 16,7 %. Da må muligheten for tap (ikke sekser) være 5/6 = 0,83333 = 83,33 %, siden det er fem mulige sider terningen kan lande på uten at det komme en sekser øverst. Vi kan legge merke til at summen av sannsynlighetene for enten det ene eller det andre blir 1 = 100 %. Det er bare to muligheter, så ett av dem er nødt til å inntreffe, og da blir summen av sannsynlighetene 100 %.

Ved kast av to terninger (eller to kast med samme terning) blir muligheten for at begge kastene skal gi en sekser produktet av at det ene skal gi sekser og den andre sekser, altså:

$$Mulighet\ for\ to\ seksere = {}^{1}/_{6} \cdot {}^{1}/_{6} = 0{,}0277 = 2{,}78\ \% \qquad (2.1)$$

Muligheten for bare én sekser ved to kast blir da summen av mulighetene for at det første kastet gir en sekser og ikke det andre, eller at det første ikke gir en sekser, men det andre gir en sekser:

$$Mulighetfor\ \text{én}\ sekser = {}^{1}/_{6} \cdot {}^{5}/_{6} + {}^{5}/_{6} \cdot {}^{1}/_{6} = {}^{10}/_{36} \qquad (2.2)$$

Og siden muligheten for at ingen av kastene skal gi en sekser er 25/36, blir summen av alle muligheter:

$$Sum\ av\ alle\ muligheter = {}^{1}/_{36} + {}^{10}/_{36} + {}^{25}/_{36} = {}^{36}/_{36} = 1 = 100\ \% \quad (2.3)$$

Dette er allmenngyldig. Summen av sannsynlighetene for alle mulige utfall av en situasjon er alltid 100 %.

I forbindelse med risiko og sikkerhet er det ofte relevant å se om en hendelse skjer eller ikke skjer. En hendelse som kan medføre en konsekvens vil enten inntreffe eller ikke inntreffe. Andre muligheter finnes ikke, og da er sannsynligheten for at en av dem inntreffer lik 1= 100 %. Man kan uttrykke dette matematisk som:

$$\mathrm{P}(hendelse) + P(ikke\ hendelse) = 1 \qquad (2.4)$$

P betyr sannsynlighet (probability) Av dette følger at:

$$P(ikke\ hendelse) = 1 - P(hendelse) \qquad (2.5)$$

Denne formelen får vi bruk for senere. Det er også viktig å merke seg at *matematisk sannsynlighet alltid er et tall mellom null og én.*

For Bernoulli var det bare to muligheter, og hvert forsøk ble bare utført én gang. Allerede da vi så på de mulige utfallene ved å kaste to terninger, begynte det å bli komplisert. Der var sannsynligheten for ingen sekser 25/36 ≈ 69 %. Muligheten for én sekser var 10/36 ≈ 28 % og muligheten for to seksere 1/36 ≈ 3 %. Så kan man jo spørre hva blir muligheten for et gitt antall seksere hvis man kaster en hel neve full av terninger. Da kan antallet seksere beskrives med binominalfordelingen. Dette skal vi ikke gå nærmere inn på her, men en matematisk beskrivelse er gitt i vedlegg B. Som et eksempel kan vi nevne at ved kast av 10 terninger er det 16 % sannsynlighet for ikke å få en eneste sekser, 32 % sannsynlighet for å få én sekser, 29 % for å få to, 5,4 % for å få fire og 0,22 % sannsynlighet for å få seks.

Et spesialtilfelle kan vi se på, siden det leder oss til en annen nyttig statistisk fordeling. I flere veiledere for risikovurderinger (DSB 2014a, DSB 2014b) foreslås det å angi et tidsrom hvor en hendelse kan inntreffe, for eksempel én gang i løpet av 10 år eller én gang i løpet av 100 år. Det kan lett forlede oss til å tro at da er sannsynligheten for at hendelsen inntreffer i løpet av disse årene 100 % – altså at hendelsen er nødt til å inntreffe før tidsperioden er omme – men slik er det ikke.

Veilederne angir ofte en årlig sannsynlighet på 1/antall år, p=1/n, der n er antall år hvor man antar at hendelsen vil skje én gang. Men ut fra regelen om at summen av sannsynligheter skal være 1 vil det si at sannsynligheten for at hendelsen ikke inntreffer i løpet av ett år er Pr(ikke hendelse) = (1-1/n), eller generelt kan man si at hvis sannsynligheten for en hendelse er p, blir sannsynligheten for ikke-hendelse (1-p), og sannsynligheten for at hendelsen ikke skal inntreffe i løpet av n perioder blir:

$$P(ikke\ hendelse) = (1-p)^n \qquad (2.6)$$

Sannsynligheten for minst én hendelse i løpet av n år blir:

$$P(minst\ \text{én}\ hendelse) = 1 - (1-p)^n \qquad (2.7)$$

Setter vi n=100 år blir sannsynligheten for én hendelse i løpet av ett år p = 1/100 = 1 %, og sannsynligheten for ikke hendelse i løpet av ett år 99 %. Da blir sannsynligheten for at hendelsen ikke skal inntreffe i løpet av 10 år $0{,}99^{10}$ ≈ 90 %, og sannsynligheten for at en «hundreårshendelse» ikke skal skje i løpet av 100 år blir P = $0{,}99^{100}$ = 0,366. Hvis vi velger en annen periode, f.eks. 10 år, får vi en årlig sannsynlighet på 10 %, og en sannsynlighet for at hendelsen ikke skal skje i løpet av disse 10 årene på $0{,}9^{10} = 0{,}349$. Altså ingen vesentlig forskjell fra utregningen for en 100-års periode.

Så hvis vi gjør som veilederne sier, å vurdere en hendelse til å skje én gang i løpet av 100 år, vurderer vi egentlig at det bare er 63,4 prosent sannsynlighet for at den skal skje minst én gang i løpet av 100 år. Vurderer vi at en hendelse kan skje minst én gang i løpet av ti år, vurderer vi egentlig at det er 65,1 % sannsynlighet for at den skal skje minst én gang i løpet av denne tiden.

Sannsynligheten for at hendelsen skal skje nøyaktig én gang løpet av 100 år blir summen av sannsynligheten for at hendelsen skal skje det første året men ikke de neste 99, eller at hendelsen ikke skal skje det første året, men det neste året og ikke de påfølgende 98 osv. Dette summerer opp til at sannsynligheten for at det skal skje én gang blir:

$$P(1) = 100 \cdot p \cdot (1-p)^{99} = 100 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}99^{99} = 0{,}3697 \qquad (2.8)$$

Så kan man gjøre en tilsvarende utregning for sannsynligheten for at hendelsen skal inntreffe to ganger i løpet av 100 år, osv. Dette er et eksempel på en binominalfordeling (se vedlegg B).

Summerer vi sannsynlighetene for alle mulige utfall i løpet av 100 år, medregnet det utfallet at hendelsen ikke skjer, blir summen av sannsynlighetene 100 %. Og det gjennomsnittlige antall hendelser over mange 100-års perioder blir én hendelse i hver periode.

For å studere dette matematisk har vi antatt at hvis en hendelse vil skje én gang i løpet av én lang periode, kan vi dele opp perioden i *n* antall delperioder, og si at sannsynligheten for at det skal skje i løpet av én delperiode er 1/*n*. I veilederne fra DSB (DSB 2014a og 2014b) har man valgt en delperiode på ett år. Men det er egentlig valgfritt hvor lang en delperiode skal være. Den kan godt være mindre enn ett år. Sannsynligheten for at det ikke skal skje en hendelse i løpet av hele tidsperioden er da

$$P(ikke\ hendelse) = (1 - \tfrac{1}{n})^n \qquad (2.9).$$

Dersom man lar antall perioder gå mot uendelig og lengden mot null får man:

$$P(ikke\ hendelse) = lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = e^{-1} \qquad (2.10)$$

Her er *n* er antall perioder og operatoren *lim* angir grenseverdien når *n* øker mot uendelig. Dette er et uttrykk som er så velkjent i matematikken at Excel har lagt det inn i ligningseditoren. Her blir grenseverdien e^{-1} , der *e* er grunntallet i det naturlige logaritmesystemet, også kalt Eulers tall, og er et viktig tall i matematikken. *e* er et irrasjonalt tall, et tall om ikke kan skrives som en brøk eller et desimaltall med et endelig antall desimaler. *e* = 2,718282…og e^{-1} = 0,3678794...

Dette leder oss til Siméon Denis Poisson (1781-1840) som ut fra binominalfordelingen utledet Poissonfordelingen for sannsynligheten for at en hendelse skulle inntreffe i løpet av et intervall når man visste (eller antok) hvor mange ganger hendelsen i gjennomsnitt ville inntreffe i løpet av intervallet. Dersom den gjennomsnittlige frekvensen[4] pr. intervall for en hendelse er λ (lambda) vil sannsynligheten for at hendelsen inntreffer k ganger i løpet av intervallet være:

$$P(k\ hendelser) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \qquad (2.11).$$

(k! kalles fakultet og k!= 1·2·3···k)

[4] Frekvensen for en hendelse er antall ganger hendelsen inntreffer i en definert periode

Et eksempel på hendelser som kan beskrives med en Poisson-fordeling er antall desintegrasjoner pr. tidsenhet i et radioaktivt preparat. Da Poisson-fordelingen er utledet av binominalfordelingen, vil de to fordelingene gi omtrent samme resultat for lave sannsynligheter. Se Tabell 2.1 for en sammenligning. Her er det antatt at det i gjennomsnitt skjer én hendelse pr. periode. For binominalfordelingen er det regnet med en årlig sannsynlighet på det inverse av antall år i perioden. Eksemplene er regnet ut for perioder på 10 år og 100 år. For Poisson-fordelingen spiller ikke periodens lengde noen rolle.

Tabell 2.1 Sannsynlighet for hendelser for forskjellige sannsynlighetsfordelinger. For binominalfordelingene er sannsynligheten pr. år satt til det inverse av antall år, i samsvar med veilederne fra DSB.

Antall hendelser	**Sannsynlighet for hendelse**		
	Binominal (10 år)	**Binominal (100 år)**	**Poisson**
0	34,9 %	36,6 %	36,8 %
1	38,7 %	37,0 %	36,8 %
2	19,4 %	18,5 %	18,4 %
3	5,7 %	6,1 %	6,1 %
4	1,1 %	1,5 %	1,53 %
5	0,15 %	0,29 %	0,31 %
6	0,014 %	0,046 %	0,051 %
7	0,001 %	0,006 %	0,007 %
Sannsynligheter summert	100 %	99,99 %	99,99 %

Som det går fram av Tabell 2.1 er det liten forskjell på de alternative måtene å regne ut sannsynligheten på, når man antar at hendelsen skjer én gang i løpet av den tidsperioden som betraktes. Noe annet ville vært overraskende, siden Poisson-fordelingen er utledet fra binominalfordelingen ved å korte ned tidsintervallene og øke antallet intervaller.

2.2.4 Binominalfordeling eller Poisson-fordeling?

Begge sannsynlighetsfordelingene kan brukes for å beskrive hendelser som skjer relativt sjelden, og som er uavhengige av hverandre. Det betyr at en hendelse som er inntruffet ikke påvirker sannsynligheten for at en ny hendelse kan inntreffe. Binominalfordelingen krever at man kan angi både sannsynligheten for at en hendelse inntreffer, og hvor mange forsøk man gjør. For eksemplet med svarte og hvite kuler i en bøtte i kapittel 2.2.3 må man vite både sannsynligheten for å trekke en svart kule ved ett forsøk, og hvor mange forsøk man planlegger å gjøre, for å finne sannsynligheten for å trekke en svart kule et visst antall ganger. For å bruke Poisson-fordelingen trenger man bare vite hvor mange ganger man i gjennomsnitt trekker en svart kule av et bestemt antall forsøk. Er det ni hvite kuler og én svart, kan man uten videre si at hvis man foretar ti trekninger mange ganger, vil man i gjennomsnitt trekke en svart kule én gang i hver periode med ti trekninger. Og da er dette den eneste parameteren man trenger for å regne ut sannsynlighet for å trekke en svart kule ved ti trekninger.

For å illustrere dette kan vi anta følgende hypotetiske situasjon: På en veistrekning har man observert at det i gjennomsnitt inntreffer seks alvorlige trafikkulykker hvert år. Hvis vi antar at ulykkene inntreffer tilfeldig kan vi bruke sannsynlighetsregning for å se på statistiske (tilfeldige) variasjoner fra år til år. For Poisson-fordelingen trenger man bare én parameter, nemlig det gjennomsnittlige antallet, her seks ulykker. For å kunne bruke binominalfordelingen trenger man en sannsynlighet, og den må være et tall mellom null og én. For å få det til kan vi f.eks. se på antall ulykker/uke, som blir 6/52 = 0,115/uke, og antall forsøk («trekninger») i løpet av et år er 52. Da blir resultatet som vist i Tabell 2.2.

Tabell 2.2 *Tenkt eksempel på utregning av sannsynligheter med binominalfordeling og Poissonfordeling.*

	Sannsynlighet	
Antall ulykker pr. år	**Binominal**	**Poisson**
0	0,2 %	0,2 %
1	1,2 %	1,5 %
2	3,8 %	4,5 %
3	8,4 %	8,9 %
4	13,3 %	13,4 %
5	16,7 %	16,1 %
6	17,1 %	16,1 %
7	14,6 %	13,8 %
8	10,7 %	10,3 %
9	6,8 %	6,9 %
10	3,8 %	4,1 %

Som tabellen viser, er det liten forskjell på beregnede sannsynligheter med binominalfordeling og Poisson-fordeling. Det er ikke overraskende. Poisson-fordelingen er utledet fra binominalfordelingen ved å la antall intervaller gå mot uendelig og lengden av intervallene mot null. Det blir egentlig en smakssak hva man vil bruke, men Poisson-fordelingen er litt enklere. Binominalfordelingen krever mer regnearbeid. Begge funksjonene er implementert i Excel, noe som forenkler regnearbeidet.

Beregninger som i Tabell 2.2 kan være nyttige for å vurdere en situasjon. Hvis man ett år har fire ulykker og det neste året syv, vil kanskje lokalavisa skrive at antall trafikkulykker er blitt nesten fordoblet, og nå må det gjøres noe. Det stemmer jo at det var nesten dobbelt så mange ulykker som forrige år, men ser man på tabellen ser man at dette ligger godt innenfor forventede variasjoner.

2.3 Sannsynlighet og frekvens ved risikovurderinger

I forbindelse med risikovurderinger spiller muligheten for at en utløsende hendelse kan inntreffe en helt avgjørende rolle. Det er her bedre å si «mulighet» enn «sannsynlighet», siden enkelte kan oppfatte sannsynlighet som et eksakt tall. Samtidig inneholder de forskjellige veilederne for risikoanalyser forslag til hvordan muligheten skal vurderes. For sannsynligheten for at noe skal inntreffe foreslår veilederne (DSB 2014a og DSB 2014b) å benytte tidsintervaller hvor man gjetter på at hendelsen vil inntreffe én gang, slik Tabell 2.3 viser.

Tabell 2.3 Veiledning for sannsynlighetsbedømmelse hentet fra veilederen for ROS i kommunen (DSB 2014a).

Kategori	**Tidsintervall**	**Sannsynlighet (pr. år)**	**Forklaring**
E	Oftere enn 1 gang i løpet av 10 år	>10 %	Svært høy
D	1 gang I løpet av 10 til 50 år	2 – 10 %	Høy
C	1 gang I løpet av 50 til 100 år	1 – 2 %	Middels
B	1 gang I løpet av 100 til 1000år	0,1 – 1 %	Lav
A	Sjeldnere enn 1 gang i løpet av 1000 år	< 0,1 %	Svært lav

Denne vurderingen er så omregnet til sannsynlighet (pr. år) som det inverse av tidsintervallet hvor hendelsen antas å inntreffe én gang, som at når en hendelse inntreffer én gang pr. 10 – 50 år er sannsynligheten 10 % til 2 %. Som vist i kapittel 2.2.3 gir dette at sannsynligheten for at hendelsen vil inntreffe minst én gang i løpet av perioden blir mindre enn 100 %. Imidlertid blir den gjennomsnittlige frekvensen[5] målt over mange perioder én pr. periode, siden det vil være perioder hvor det skjer mer enn en hendelse.

I dette tilfellet blir det satt likhetstegn mellom frekvens pr. år og sannsynlighet pr. år, og her er det uproblematisk. Men i andre tilfeller kan det bli problematisk å sette likhetstegn mellom frekvens og sannsynligheter for ting som skjer ofte. Hvis man f.eks. ser på dødsfall i trafikken uten å spesifisere nærmere, må man si at sannsynligheten for trafikkdød er 1. Dette blir meningsløst og har ingen informasjonsverdi. Man vet at dødsfall skjer i trafikken.

Sannsynligheter må avgrenses til å gjelde et begrenset tidsrom eller et begrenset geografisk område eller en begrenset samfunnsfunksjon slik at sannsynligheten blir et tall i intervallet mellom null og én (se eksemplet i kapittel 2.2.4). Men det kan være meningsfylt å snakke om frekvenser av hendelser også når det gjelder hendelser som skjer ofte. Frekvens er for eksempel antall hendelser pr. tidsenhet, og dette kan godt være et tall større enn én. Antall trafikkulykker pr. år kan si noe om risiko, og kan også brukes for å vurdere om tiltak har virkning. Hvis man skulle bruke uttrykket sannsynlighet ville man måtte dele det geografiske eller tidsmessige gyldighetsområdet for beskrivelsen av hendelsen til å bli så lite at sannsynligheten ble liggende i intervallet mellom null og én. Derimot kan man snakke om frekvens av ulykker, og da menes antallet i en definert periode. Men man kan snakke om sannsynlighet innen en befolkningsgruppe, som sannsynlighet for dødsfall i trafikken pr. million innbygger pr. år, og for meg som trafikant er den individuelle sannsynligheten av interesse.

2.4 Sannsynlighetsbedømmelse med fast tidsintervall

DSB opplyser at de nå har tatt i bruk en alternativ måte å bedømme sannsynligheter på, basert på Politiets Etterretningsdoktrine (Politidirektoratet 2014). Ut fra denne brukes betegnelsene i Tabell 2.4.

Tabell 2.4 Alternativ inndeling av sannsynlighetsvurderinger.

Språklig betegnelse	**Laveste sannsynlighet**	**Høyeste sannsynlighet**
Svært lav sannsynlighet	0 %	9 %
Lav sannsynlighet:	10 %	39 %
Middels sannsynlighet:	40 %	59 %
Høy sannsynlighet:	60 %	89 %
Svært høy sannsynlighet	90 %	99 %

[5] Frekvensen for en hendelse er antall ganger hendelsen inntreffer i en definert periode.

DSB bruker et tidsintervall for sannsynlighetsbedømmelsen på 50 år, slik at f.eks. en hendelse som vurderes å ha middels sannsynlighet har en sannsynlighet på mellom 40 % og 59 % for å skje de neste 50 årene. For å sammenligne disse vurderingene med vurderinger basert på intervaller, slik som i Tabell 2.3, kan 50-års sannsynlighetene omregnes til årlige sannsynligheter ut fra ligning (2.7), $P_N(minst\ \acute{e}n\ hendelse) = 1 - (1-p)^N$.

Her er P_N sannsynligheten for én eller flere hendelser i løpet av N år, og *p* er sannsynligheten for én hendelse i løpet av ett år. Ved å løse denne ligningen med hensyn på *p* får vi:

$$p = 1 - (1 - P_N)^{1/N} \qquad (2.12)$$

Ved å sette N=50 og P_N fra Tabell 2.4, får vi at de årlige sannsynlighetene for de respektive sannsynlighetsklasser blir som Tabell 2.5 viser. For sammenligningens skyld er også tilsvarende sannsynligheter fra Tabell 2.3 gjengitt.

Tabell 2.5 Sannsynligheter fra Tabell 2.4 omregnet til årlige sannsynligheter, sammenlignet med sannsynligheter fra Tabell 2.3.

Språklig betegnelse	**Skåre**	**Laveste årlige sannsynlighet**	**Høyeste årlige sannsynlighet**	**Laveste sannsynlighet fra Tabell 2.3**	**Høyeste sannsynlighet fra Tabell 2.3**
Svært lav sannsynlighet	1	0,00 %	0,19 %	0 %	<0,1 %
Lav sannsynlighet:	2	0,21 %	0,98 %	0,1 %	1 %
Middels sannsynlighet:	3	1,02 %	1,77 %	1 %	2 %
Høy sannsynlighet:	4	1,82 %	4,32 %	2 %	10 %
Svært høy sannsynlighet	5	4,50 %	8,8 %	>10 %	Ikke angitt

Som tabellen viser er det ingen vesentlige forskjeller mellom de årlige sannsynlighetene ved de to vurderingsmåtene, unntatt ved sannsynlighetskategorien «svært høy». Dette tyder på at det neppe vil ha noen vesentlig betydning for sluttresultatet av en risikovurdering hvilken metode som brukes for å fastsette årlige sannsynligheter.

3 Kvalitative og kvantitative vurderinger

Når det gjelder samfunnsrisiko er det ofte ikke mulig å benytte kvantitative metoder, rett og slett fordi det ikke finnes nok data. Kvantitativ betyr at man har tall for det fenomenet som skal undersøkes. For hendelser som skjer ofte kan man ha data som forteller hvor ofte ting skjer, og hvor alvorlig eventuelle følger blir. Da har man tall det går an å regne på, og komme fram til et mer eller mindre sikkert numerisk resultat. Det er slik et forsikringsselskap kommer fram til hvor mye du må betale i forsikringspremie. Men har du ikke sikre tall for en hendelse eller egenskap, må du gå over til kvalitative vurderinger.

Kvalitativ betyr at man studerer egenskaper i stedet for harde fakta. I risikosammenheng må man ofte ty til vurderinger basert på erfaringer og tenkte situasjoner hvis man ikke har faktiske tall å holde seg til. Man må beskrive muligheten for en hendelse eller konsekvensen av den som stor eller liten, men kan støtte seg til tallverdier for å beskrive dette.

Samtidig er det, i alle fall blant personer med teknisk bakgrunn, et ønske om å finne tall man kan regne med. Ofte vil man derfor tilegne tallverdier (skåre) til språklige beskrivelser, slik det er vist i Tabell 2.5. Her kan man oppleve at noen tror at dette gjør kvalitative vurderinger om til kvantitativ kunnskap. Slik er det ikke. Men når man setter inn tallverdier blir det mulig å regne, og dette kan være et hjelpemiddel til å håndtere den kvalitative kunnskapen, og komme på sporet av sammenhenger. Så kan sluttresultatet konverteres tilbake til kvalitative uttrykk ved hjelp av en tabell.

3.1 Hjelp til kvalitative vurderinger

Veiledere for kvalitative vurderinger inneholder ofte forslag til hvordan man skal vurdere sannsynligheter og konsekvenser når man ikke har noe håndfast å forholde seg til. Som et eksempel har vi sett på veilederen for KommuneROS (DSB 2014a), som foreslår en fremgangsmåte som vist i Tabell 2.3. Tabellen gir en pekepinn om hvordan man kan beskrive en sannsynlighet med ord. Samtidig er det enkelte ting som blir problematiske når man ser på tallene. Når det f.eks. står: «1 gang i løpet av 10 til 50 år» er det uklart om dette betyr at man skal anse sannsynligheten for høy om man tror at det skjer inne i dette intervallet, men at det ikke vil skje de første ti årene.

I kapittel 2.2.3 er det vist at når man følger veilederne og vurderer at noe intreffer én gang i løpet av en lengre tidsperiode, antar man egentlig at det er 63-65 % sannsynlighet for at hendelsen vil inntreffe minst én gang i løpet av denne perioden, slik Tabell 2.1 og ligning (3.1) nedenfor viser:

$$P(hendelse) = 1 - P(ikke\ hendelse) = 1 - (1 - 1/\mathrm{n})^{n} \approx 65\ \% \qquad (3.1)$$

3.1.1 Overveiende sannsynlig

Dette bringer tanken hen på at man i veiledere og beskrivelser kan sløyfe å ta med en nedre grense, men bare en øvre grense, og dessuten bruke formuleringen *«overveiende sannsynlig at noe skjer i løpet av n antall år»*. Ved å bruke *«overveiende sannsynlig»* kan man koble dette til det juridiske begrepet sannsynlighetsovervekt, som betyr mer enn 50 % sannsynlig. Når man følger veiledningene fra DSB foretar man egentlig en vurdering av om en hendelse er ca 65 % sannsynlig i løpet av et visst antall år. Det er ikke så stor forskjell på 65 % og 50 %, samtidig som det kanskje er lettere å tenke seg at noe er mer sannsynlig enn ikke sannsynlig, slik dommere i erstatningssaker må gjøre. Det kan være enklere for de som foretar vurderingene å si at «*jeg tror det er mer sannsynlig at hendelsen inntreffer enn at den ikke inntreffer de neste ti årene*» enn å si at *«jeg tror den inntreffer én gang i løpet av de neste ti årene»*. Det første utsagnet er litt mindre forpliktende enn det siste.

Da kan man beregne den årlige sannsynligheten som gir 50 % sannsynlighet for at hendelsen inntreffer minst én gang i løpet av tidsperioen på følgende måte:

Den som vurderer antar at det er mer trolig at hendelsen inntreffer i løpet av de neste n årene enn at den ikke inntreffer. Sannsynligheten vurderes altså til å være minst 50 %. Det innebærer at muligheten for at den ikke inntreffer er mindre enn 50 %, eller skrevet som en formel:

$$P(ikke\ hendelse) = (1-p)^n \leq 0{,}5 \qquad (3.2)$$

Når vi løser denne ligningen får vi at:

$$\mathrm{p} \geq 1 - 0{,}5^{1/n} \qquad (3.3)$$

For n = 10 blir p ≥ 0,067. For n=50 blir p ≥ 0,014, og for n=100 blir p ≥ 0,0069 osv.

Dette gir en veiledningstabell for sannsynlighetsbedømmelse som vist i Tabell 3.1.

Tabell 3.1 Foreslått modifisert veiledning for sannsynlighetsvurdering.

Kategori	Skåre	Beskrivelse	Årlig sannsynlighet er større enn:	Semantisk sannsynlighet
E	5	Overveiende sannsynlig i løpet av kommende 10 år	6,7 %	Svært høy
D	4	Overveiende sannsynlig i løpet av kommende 50 år	1,4 %	Høy
C	3	Overveiende sannsynlig i løpet av kommende 100 år	0,7 %	Middels
B	2	Overveiende sannsynlig i løpet av kommende 1000 år	0,07 %	Lav
A	1	Overveiende sannsynlig i løpet av kommende 10000 år	0,007 %	Svært lav

De årlige sannsynlighetene kan brukes for å regne ut en antatt sannsynlighet for at ting skal skje i nærmere fremtid. Hvis man f.eks. vurderer sannsynligheten for høy, med en årlig sannsynlighet på minst 1,4 %, er sannsynligheten for at hendelsen inntreffer (minst) en gang i løpet av de neste ti årene $1\text{-}0{,}986^{10} = 0{,}13 = 13$ % (eller større). Så blir det opp til sikkerhetsansvarlig å vurdere hvor stor innsats det er regningssvarende å bruke for å redusere den tilhørende risikoen.

4 Kommunikasjon av risiko

Etter å ha vurdert de enkelte faktorene som inngår i en risikovurdering må de settes sammen til et risikobilde for å uttrykke risiko. Ofte blir dette gjort som en sammenstilling av sannsynlighet for en hendelse og dens konsekvens. En vanlig slik sammenstilling er den velkjente fargeglade risikomatrisen, hvor rødt betyr høy risiko og grønt betyr ubetydelig risiko.

I veiledere fra DSB er det foreslått en litt annen presentasjonsmåte for resultatet av risikovurderinger med en risikomatrise som vist i Figur 4.1. Her blir den tenkte hendelsen ført opp i en matrise med sannsynlighet og konsekvens, men man overlater til leseren å trekke slutninger når det gjelder risiko, og skriver bare at jo lenger opp og til høyre i diagrammet en hendelse befinner seg, jo større er risikoen.

KONSEKVENS FOR LIV OG HELSE – DØDSFALL

SANNSYNLIGHET	Ingen døde	1–2 døde	3–5 døde	6–10 døde	>10 døde
E: 10–100 % 1 gang per 10 år eller oftere					
D: 2–10 % 1 gang per 10-50 år			2		
C: 1–2 % 1 gang per 50–100 år					1
B: 0,1–1 % 1 gang per 100–1000 år				3	4
A: < 0,1 % Sjeldnere enn hvert 1 000 år				5	

1. Bussulykke i Lysløstunnelen
2. Flom i Lilleelva som rammer Lilleby
3. Skred i boligområdet Husløs
4. Brann på Sorgenfri sykehjem
5. Skyteepisode på Lærerik skole

Figur 4.1 Risikomatrise for konsekvensen dødsfall. Eksempel fra «Veileder til helhetlig risiko- og sårbarhetsanalyse i kommunen» (DSB 2014a: 39). Hendelser med høy usikkerhet er markert med ring.

Dette gir et ganske oversiktlig bilde, men det blir opp til den som mottar vurderingen å avgjøre hvor stor risiko som er avbildet her. Derfor kan det være behov for en systematisk hjelp til vurderingen.

4.1 Systematisk vurdering av sannsynlighet og konsekvens

For å se på den matematiske sammenhengen mellom vurderinger og tilhørende sannsynlighet tar vi utgangspunkt i «Veileder til helhetlig risiko- og sårbarhetsanalyse i kommunen» (DSB 2014a), som gjengitt i Tabell 2.3, som viser øvre og nedre verdi for sannsynlighet. For enkelhets skyld er gjennomsnittsverdiene for hver kategori beregnet. Nedre verdi for svært lav sannsynlighet er satt til null, og øvre verdi for svært høy sannsynlighet er satt til 20 %. Resultatet er vist i Tabell 4.1

Tabell 4.1 Tabell for nummerering av sannsynlighet. Av regnetekniske grunner har vi valgt å la tallbeskrivelsen starte på null.

Beskrivelse av sannsynlighet	**Kategori (beskrivende tall)**	**Gjennomsnittlig sannsynlighet**
Svært lav	0	0,05 %
Lav	1	0,55 %
Middels	2	1,5 %
Høy	3	6 %
Svært høy	4	15 %

Tilsvarende tabeller finnes i andre veiledere, blant annet i læreboken «Risikoanalyse – teori og metode» (Rausand og Utne 2009) (se vedlegg A6A)

En tilsvarende tabell kan settes opp for konsekvenser. Også her har vi valgt å bruke tall fra «Veileder til helhetlig risiko- og sårbarhetsanalyse i kommunen», og ser på inndelingen av konsekvenskategori for «materielle verdier». Resultatet er vist i Tabell 4.2.

Tabell 4.2 Tabell for nummerering av konsekvens. I dette eksemplet er det økonomisk tap som er konsekvens av en hendelse.

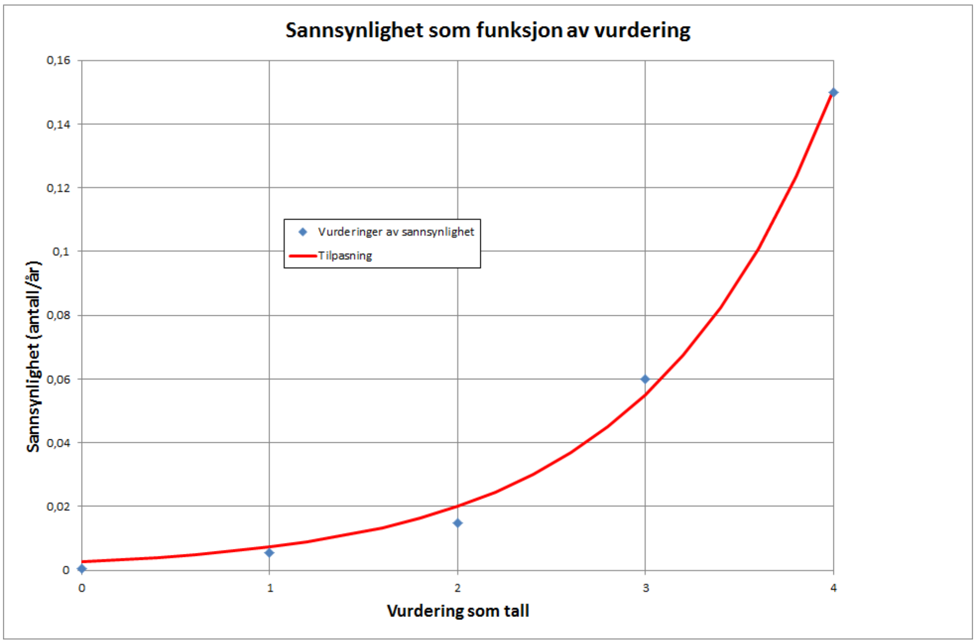
Beskrivelse av konsekvens	**Kategori (beskrivende tall)**	**Økonomisk tap**	**Gjennomsnitt (mrd. kr.)**
Svært lav	0	< 100 mill	0,05
Lav	1	10 – 500 mill	0,255
Middels	2	0,5 – 2 mrd	1,25
Høy	3	2 – 5 mrd	3,5
Svært høy	4	> 5 mrd	7,5

Her kan man legge merke til at det ikke er lineær sammenheng mellom de beskrivende tallverdiene og konsekvensene eller sannsynlighetene, men det er et tilnærmet konstant forhold mellom verdiene fra den ene kategorien til den andre, særlig for de høyeste kategoriene. Dette betyr at både sannsynlighetene og konsekvensene kan beskrives med en matematisk funksjon av formen:

$$Virkelig\ sannsynlighet/frekvens\colon\ P = P_0 \cdot a^M \tag{4.1}$$

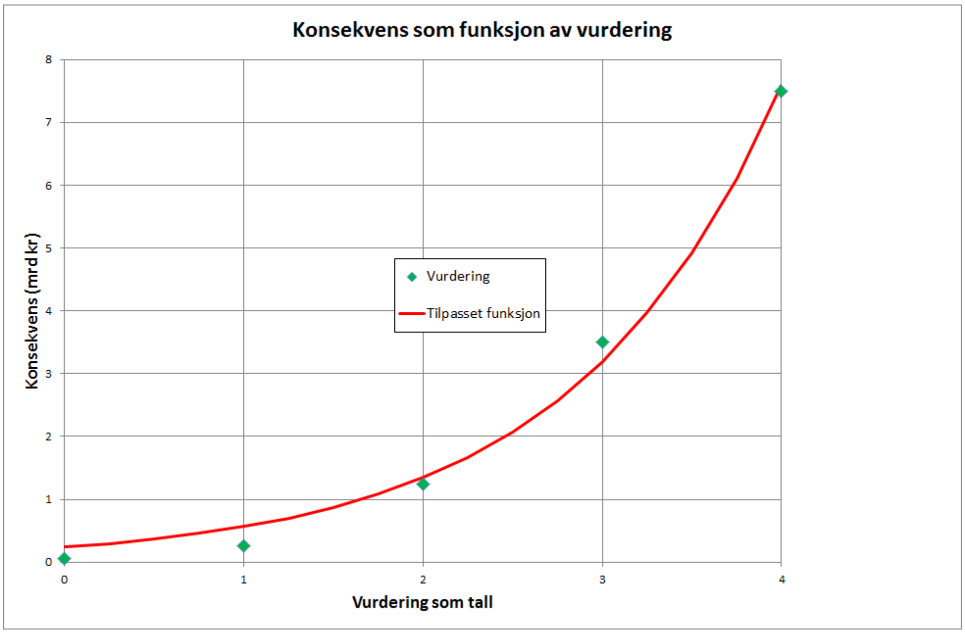
$$Virkelig\ konsekvens\colon K = K_0 \cdot b^N \tag{4.2}$$

Ved å la tallene (M og N) for beskrivelsen begynne med null vil K_0 bli den lavest tenkelige konsekvens, og P_0, bli den lavest tenkelige sannsynlighet. Verdiene av konstantene er funnet ved å tilpasse disse slik at ligningene 4.1 og 4.2 gir en best mulig beskrivelse av inngangsdataene. Tilpasningen er foretatt med minste kvadraters metode (Store norske leksikon 2017), der summen av kvadratet av avvikene mellom den vurderte verdien og den beregnede er minimalisert. Sammenhengen mellom verdiene fra Tabell 4.1 og ligning (4.1) er vist grafisk i Figur 4.2.



Figur 4.2 Sannsynlighet som funksjon av vurdering. Punktene viser vurderingene. Den røde linjen er beste tilpasning til formel (4.1).

Sammenhengen mellom verdiene fra Tabell 4.2 og ligning(4.2) er vist i Figur 4.3.



Figur 4.3 Konsekvens som funksjon av numerisk vurdering. Punktene viser vurderingene. Den røde linjen er beste tilpasning til formel (4.2).

For eksemplene i tabell 4.1 finner vi at årlig sannsynlighet kan beskrives med parameterne P_0=0,0027/år og a= 2,7. For konsekvensen i Tabell 4.2 blir parameterne K_0 = 0,24 mrd. kr og a=2,4.

4.1.1 Hjernen tenker logaritmisk

Tabell 4.1og Tabell 4.2 samt Figur 4.2 og Figur 4.3 tydeliggjør at når man foretar vurderinger og beskriver med ord, enten det er konsekvens eller sannsynlighet, er det ikke noen lineær sammenheng mellom antatte tallverdier og trinnet mellom hvert ord. Skalaen for vurderinger er ofte en tilnærmet logaritmisk skala. Dette betyr at når man går fra ett nivå til neste på vurderingsskalaen, tilsvarer dette en multiplikasjon med en konstant, enten det dreier seg om sannsynlighet eller verdi.

Det er ikke tilfeldig at man foretar trinnvise vurderinger når man skal bedømme graden av en størrelse. Det er forskning på hjernen som tyder på at når hjernen skal gå fra konkrete tallverdier til vurderinger, blir verdiene overført til logaritmiske vurderinger (Dehaene et al. 2008). Dette er et psykologisk fenomen som er kjent som Weber-Fechners lov (Wikipedia 2018), og ble først beskrevet på midten av 1800-tallet. Det baserer seg på at oppfatningen av forskjellen på to størrelser avhenger av forholdet mellom dem, ikke den absolutte differansen. Dette kan forklare hvorfor konsumenter ikke gidder jakte på den aller beste prisen målt i prosenter nå de skal kjøpe noe som koster mye, men ofte legger mye energi i å finne den beste prisen når de skal kjøpe noe som koster lite, hvor en liten prisforskjell i kroner utgjør en stor prosentvis forskjell.

Dette fenomenet kan være forklaringen på at sannsynlighets- eller konsekvensvurderinger ofte deler det som vurderes inn i grupper med et tilnærmet konstant forholdstall mellom gruppene. Dette kan gi grunnlag for hvordan man kan komme fra de enkelte vurderingene over til en samlet vurdering av risiko.

4.2 Alternativ isorisikokurve

Utgangspunktet for en tradisjonell risikoanalyse er at risiko (R) er produktet av sannsynlighet (P) og konsekvens (K):

$$R = P \cdot K \qquad (4.3)$$

Dette fungerer når både P og K er numeriske verdier med liten usikkerhet, slik som ved utregning av premien for en brannforsikring. Imidlertid fungerer det dårlig når dette er basert på subjektive vurderinger. Da er sannsynlighet og konsekvens beskrevet med ord og ikke tall. Ordene beskriver klasser av sannsynligheter og konsekvenser. Riktignok kan man, som det også er gjort i eksemplene foran i denne rapporten, sette tallverdier på de enkelte klassene. Man kan se at i noen tilfeller multipliseres de vurderte tallverdiene for konsekvens og sannsynlighet, og produktet oppfattes som et mer eksakt uttrykk for risiko enn språklige vurderinger. Imidlertid er dette kanskje ikke den beste måten å gjøre det på.

For å studere dette nærmere kan vi ta utgangspunkt i ligningene (4.1), (4.2) og (4.3) og sette opp en ligning for risikoen. Da kan risikoen, R, skrives som:

$$R = P_0 \cdot a^M \cdot K_0 \cdot b^N = R_0 \cdot a^M \cdot b^N \qquad (4.4)$$

der $R_0 = P_0 \cdot K_0$ kan kalles grunnrisiko. Det er den lavest tenkelige risiko, når M =0 og N =0. (For M=N=0 blir R = R_0, siden $a^0 = b^0 = 1$). R_0 blir måleenheten for risiko i det systemet risikovurderingen foretas.

Den største risikoen blir når M = N = 4. Med de verdiene for a og b som er funnet ovenfor blir denne 1763 ganger grunnrisikoen. I eksempelet er R_0 = 0,65 millioner kr/år, og maksimal risiko er 1142 millioner/år. Middels risiko, med både M og N lik to, blir 42 ganger grunnrisikoen. Høy risiko, med både M og N lik tre, blir 272 ganger grunnrisikoen, eller 176 millioner/år.

For å se på hvordan vi kan benytte dette for å anskueliggjøre og kommunisere risiko kan vi se nærmere på ligning (4.4).

Hvis vi tar logaritmen[6] av denne risikoligning blir den:

$$\log(R) = log(P_0 \cdot K_0) + M \cdot log(a) + N \cdot log(b). \qquad (4.5)$$

Det variable her er vurderingstallene M og N. De øvrige faktorene er konstanter. Her brukes betegnelsen log() som en generisk logaritmisk funksjon, uten å knytte den til et bestemt grunntall, siden formen på ligningen er uavhengig av logaritmesystemets grunntall. Dette betyr at risikoen bare avhenger av faktorene M og N, og logaritmen til risikoen er lineært avhengig av M og N.

Dette er ikke noe nytt. I Rausand og Utne (2009) er bruken av logaritmen til risiko som en risikoindeks beskrevet. Det later til at man der mener at dette bare gjelder når faktorene mellom de forskjellige trinnene i vurderingene er tallet ti (se vedlegg A), og at logaritmen som brukes er basert på tallet ti, det som kalles Briggske logaritmer. Imidlertid vil summene av de numeriske verdiene fra vurderingene også gi en risikoindeks selv om faktoren ikke er ti. Hvis forholdstallene for sannsynlighets- og konsekvensvurderingene hadde vært like (a=b), ville risikoindeksen log(R) bli:

$$log(R) = log(R_0) + log(a)(M + N) \qquad (4.6).$$

I det foreliggende eksemplet er ikke konstantene a og b helt like, men siden forskjellen i dette eksemplet er liten, gjør vi neppe noen stor feil ved å benytte et gjennomsnitt, c=(a+b)/2, og erstatte både a og b med c. (I dette eksemplet blir c=2,55). Da kan vi skrive:

[6] Logaritmen med grunntall b til et tall a er den eksponent c grunntallet må opphøyes i for å gi tallet. Hvis $a = b^c$ er $c = \log_b a$. Vanlig notasjon er å skrive lg hvis grunntallet b er 10, og dette kalles da briggske logaritmer. Hvis grunntallet er det irrasjonale tallet e ≈ 2,7 kalles logaritmen naturlig logaritme og skrives ln. Hvis grunntallet ikke er spesifisert skrives logaritmen log. Det som er relevant i denne forbindelsen er at $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$, og $\log(a^n) = n \cdot \log(a)$. Her betegner «log» logaritme med uspesifisert grunntall.

$$\log(R) - \log(R_0) = \log\left(\frac{R}{R_0}\right) = \log(c) \cdot (M + N) \qquad (4.7)$$

$\log(R/R_0)$ kan vi kalle risikoindeks, og denne er proporsjonal med summen av de vurderingsmessige tallene M og N.

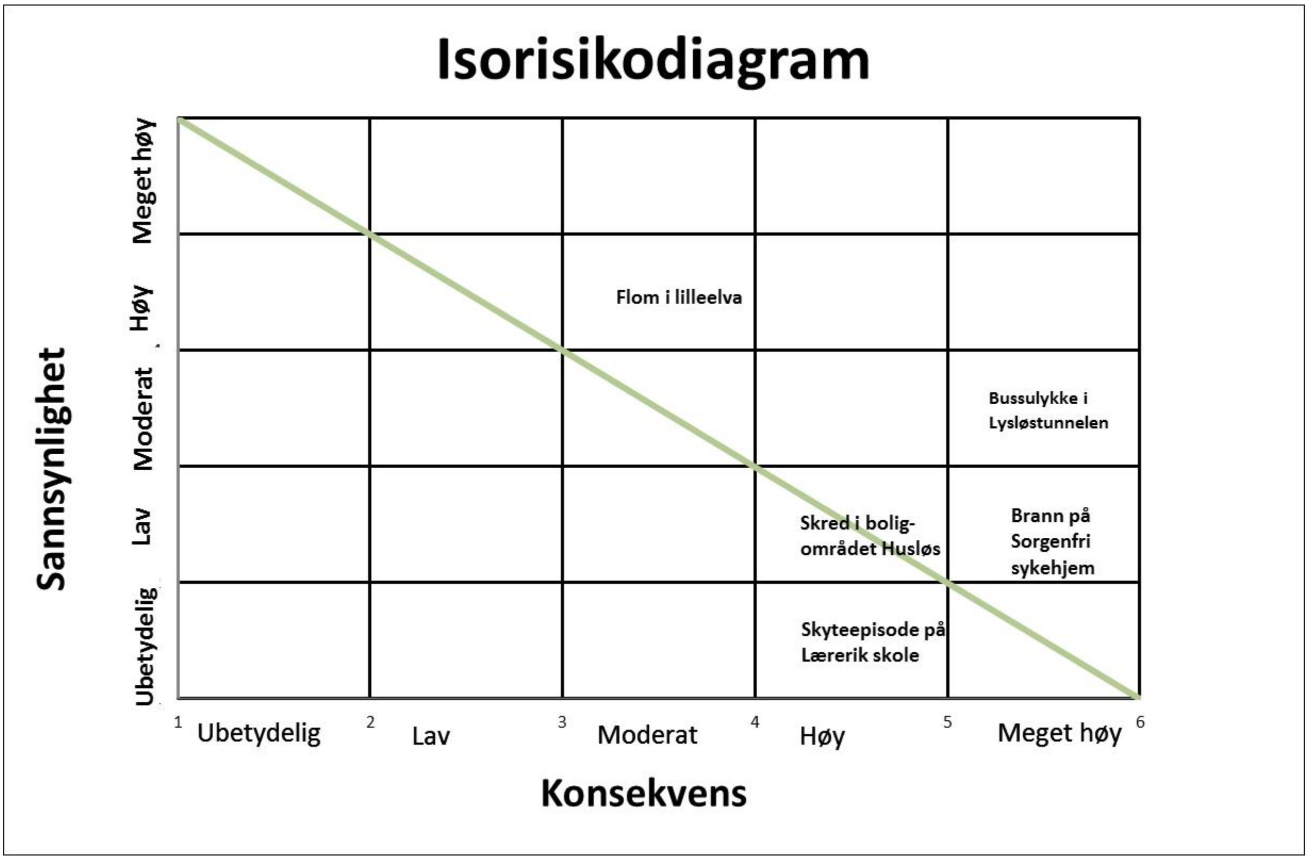
Hvis man skulle ønske et lineært uttrykk for risiko i stedet for det logaritmiske, kan ligning (4.7) skrives:

$$\frac{R}{R_0} = c^{(M+N)} \qquad (4.8)$$

Man kan si at summen av de vurderte tallverdiene for sannsynlighet og konsekvens gir et godt uttrykk for samlet risiko, og risikoindeksen er da et uttrykk for hvor stor risikoen er i forhold til grunnrisikoen, som er risikoen hvis både konsekvens og sannsynlighet er lavest mulig.

Dette kan forenkles ytterligere ved å si at når P og K er vurderingsbasert kan man definere en isorisikokurve som en rett linje som forbinder alle områdene i risikomatrisen hvor summen av vurderingstallene er konstant. Dette er ikke noe nytt, men vanligvis forekommer slike diagrammer når man har reelle tallverdier for sannsynlighet og konsekvens, og disse fremstilles i et logaritmisk aksesystem. Dette tilsvarer kurvene gitt av Kujawski og Miller (2007).

Siden vurderingene i det forekommende tilfellet allerede er logaritmiske, kan man bruke vurderingene direkte. Et alternativt risikodiagram kan da bli som vist i Figur 4.4, som er basert på veilederen for ROS i kommunen (DSB 2014a), men tilføyd en diagonal linje som tydeliggjør et skille mellom høy og lav risiko.



Figur 4.4 Isorisikodiagram for eksemplet i figur 10 i KommuneROS (DSB 2014a: 39) med inntegnet isorisikokurve som en rett linje.

Den inntegnede linjen forbinder områder med samme risiko. I tilfellene på linjen er risikoen den samme for hendelser med meget høy sannsynlighet men ubetydelig konsekvens, hendelser med moderate konsekvenser og sannsynligheter og hendelser med meget høy konsekvens, men ubetydelig sannsynlighet. Det kan være naturlig å betegne hendelser som faller på denne linjen for å ha middels risiko. Et rask blikk på diagrammet forteller at det er tre hendelser som man må prioritere å gjøre noe med, flom i Lilleelva, bussulykke i Lysløstunnelen og brann på Sorgenfri sykehjem. Skredet i boligområdet ligger på grensen.

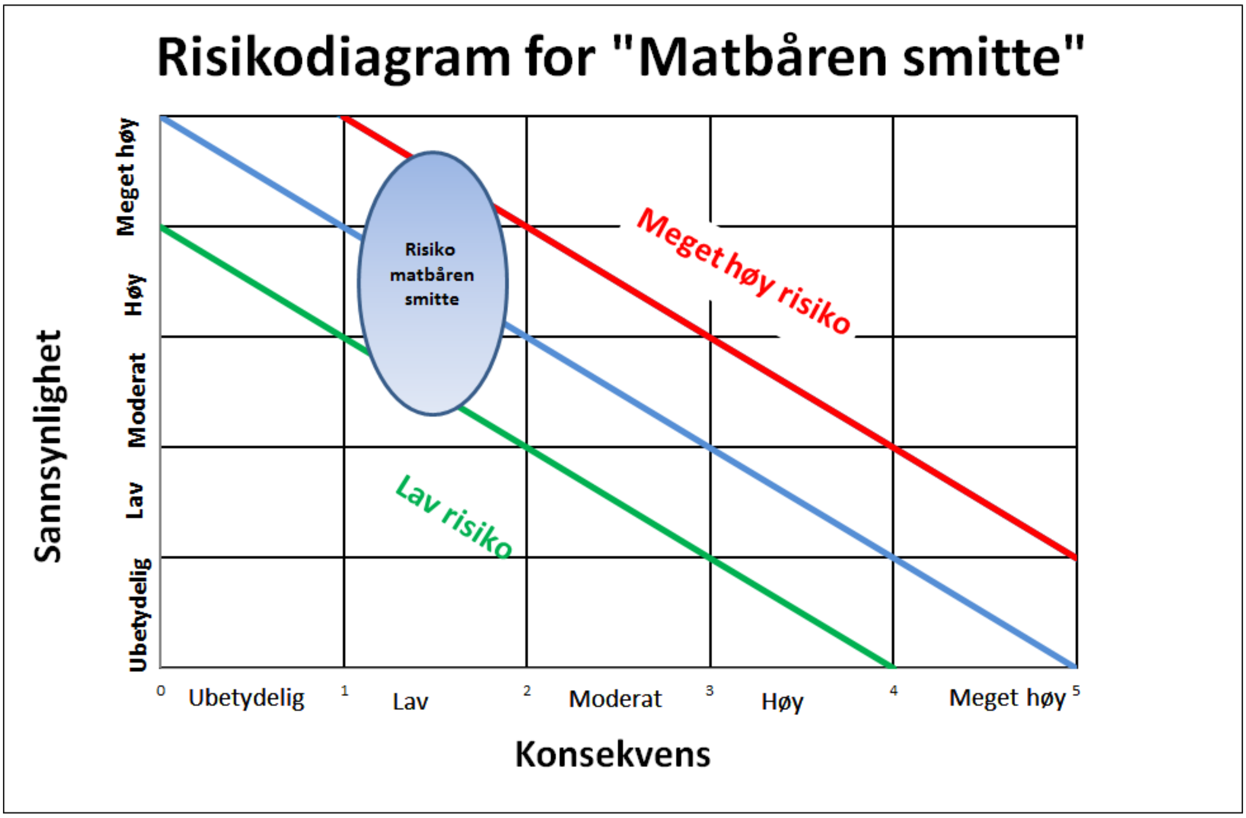
I praksis kan dette være en hjelp til å illustrere en risikovurdering. Man trenger ikke utføre kompliserte beregninger, men kan gjøre det grafisk ved å tegne inn en rett linje fra hjørne til hjørne i risikomatrisen, og på den måten illustrere hva som er mest kritisk ved å se hvilken side av linjen de enkelte hendelsene faller på. Denne linjen vil da bli en isorisikokurve, hvor risikoen er den samme for alle punkter langs linjen. Samtidig blir dette litt mer håndfast enn bare å si at risikoen er størst opp til høyre. Her kan man kanskje si at når det er foretatt kvalitative vurderinger av sannsynlighet og konsekvens, trenger man ikke gjøre om disse til tall, men kan bare plassere den vurderte hendelsen i et diagram med to akser som begge går fra ubetydelig til meget høy, og se hvor hendelsen havner i forhold til en linje som trekkes mellom ytterpunktene i diagrammet, fra «ubetydelig, meget høy» til «meget høy, ubetydelig». Denne linjen ville da representere et skille mellom risiko som er høyere enn middels risiko og risiko som er lavere enn middels.

Eventuelt kunne man trekke parallelle linjer for å illustrere ekstra høy eller ubetydelig risiko, slik som i eksemplet i Figur 4.5. Strengt tatt vil dette bare være riktig dersom forholdstallene for sannsynlighet og konsekvens er de samme, men vi postulerer at dette i alle tilfeller gir en mer oversiktlig og forståelig beskrivelse enn den tradisjonelle risikomatrisen med farger. Spesielt er dette viktig når man på en enkel måte ønsker å formidle resultatet av en risikovurdering. Dette gir også en mulighet for å formidle usikkerheten i risikovurderingen på en enkel måte ved å markere risikoen som et område, og ikke bare som et punkt.

Her kan man innvende at dette prinsipielt ikke er forskjellig fra den mer vanlige risikomatrisen. Men den kan være mer informativ, og tydeliggjør hva som er viktigst å forholde seg til av sannsynligheter og konsekvens.

4.2.1 Et eksempel

I DSBs risikoanalyse av «matbåren smitte» er sannsynligheten vurdert til å være høy, og samlet konsekvens til å være liten (DSB 2015). Samtidig er usikkerheten vurdert til å være stor når det gjelder sannsynlighet og moderat når det gjelder konsekvens. Dette kunne plasseres i et modifisert risikodiagram som Figur 4.5 viser. Der er usikkerheten illustrert som en oval som viser at usikkerheten er større når det gjelder sannsynlighet enn når det gjelder konsekvens, og sentrum av ovalen er plassert i ruten for lav konsekvens og høy risiko.



Figur 4.5 Risiko for matbåren smitte.

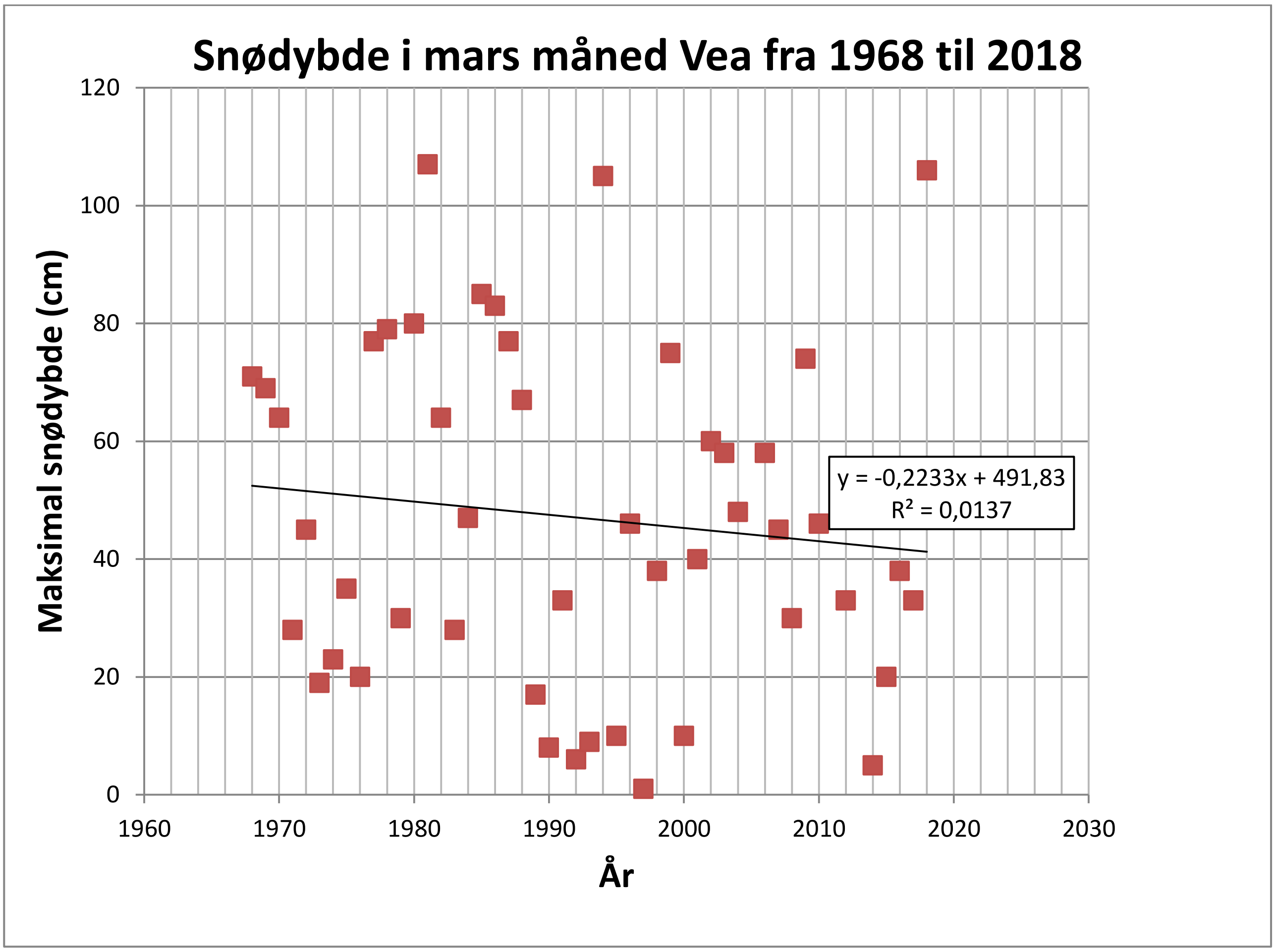
Av Figur 4.5 kan man se at risikoen kan betegnes som middels, siden sentrum for risiko faller på den blå linjen, men den høye usikkerheten i sannsynlighetsvurderinger gjør at den ligger i grenseområdet til å være høy. For de to parallelle linjene over og under den blå linjen som angir middels risiko er summen av vurderingsverdiene henholdsvis én høyere og én lavere enn middels. Dette innebærer at når man krysser en av disse linjene multipliseres risikoen enten opp, eller divideres ned med samme faktor som er brukt i vurderingene. I eksemplene i kapittel 4.1 var disse faktorene henholdsvis 2,7 for sannsynlighet og 2,4 for konsekvens. Dette gir en god oversikt over resultatet av risikovurderingen.

5 Bruk av historiske data – to eksempler

Det som er beskrevet ovenfor handler primært om bruk av data som er fremskaffet ved vurderinger basert på kunnskap. En omtale av bruk av statistikk er ikke fullstendig uten å se på nytten av historiske data hvor man faktisk har tall, og hvordan disse kan behandles. Som et eksempel kan vi se på værrelaterte hendelser.

5.1 Snødybder og hustak

Etter en snørik vinter hvor snødybdene enkelte steder i landet ble så stor at hustak ga etter for vekten, kunne det være interessant å se om det hadde vært mulig å forutse det som hendte. Som utgangspunkt har vi tatt en hendelse 19. mars 2018. Da kollapset taket på et samdriftfjøs med 150 kuer i Åsmarka i Ringsaker kommune. Nærmeste meteorologiske målestasjon er ved Norges grønne fagskole, Vea i Ringsaker. Data for maksimal snødybde der i mars måned fra 1968 til 2018 ble lastet ned fra eklima.no (Meteorologisk institutt 2018). Snødybden er vist i Figur 5.1.

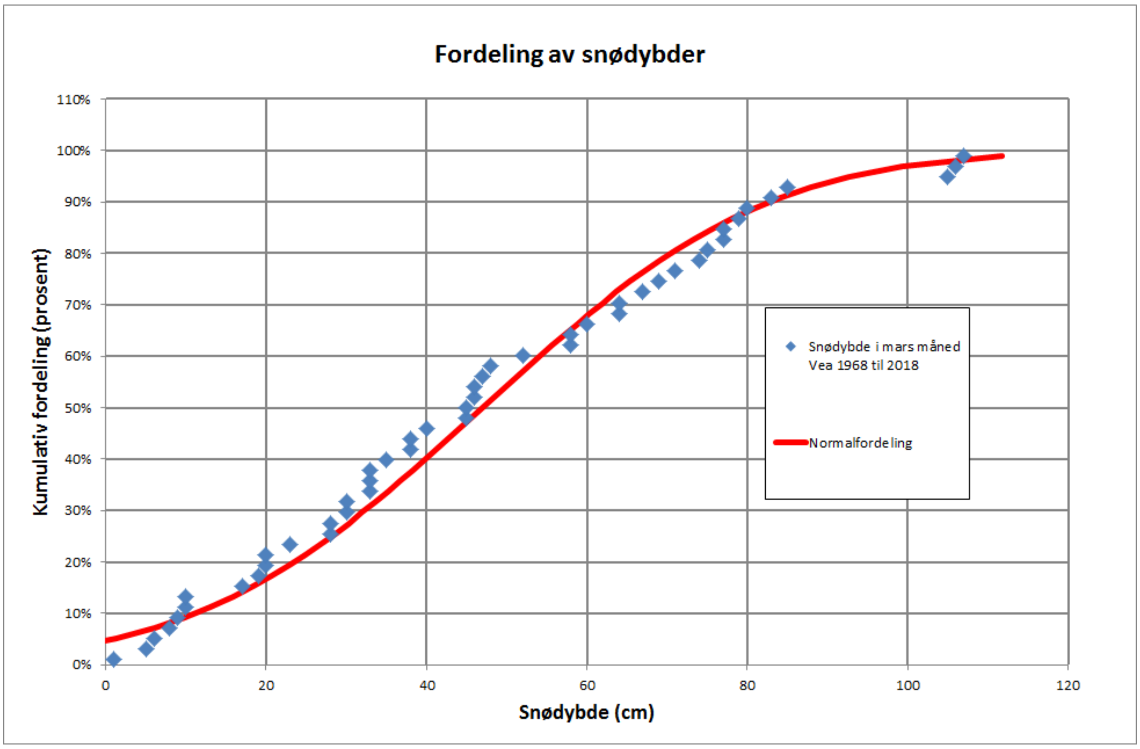


Figur 5.1 Maksimal snødybde i mars måned ved Vea målestasjon.

Som figuren viser er det vanskelig å få noe fornuftig ut av dataene slik de er vist. Det er lagt inn en trendlinje, men spredningen i dataene er for stor til at denne er til noe hjelp, selv om man kan se at det i 1981 og 1994 var like mye snø som i 2018.

En måte for å få mening i en slik type data er å regne ut gjennomsnittsverdier og standardavvik[7], og håpe at man kan finne en matematisk funksjon for fordelingen. En vanlig brukt fordeling er normalfordelingen, som også kalles Gauss-fordeling (se vedlegg C), og denne er basert på gjennomsnittsverdi og standardavvik. Ofte viser det seg at empiriske data kan beskrives med denne fordelingen, så vi kan jo se om dataene over snødybden kan passe inn.

Mer oversiktlig blir det hvis vi sorterer dataene etter størrelse. Da får vi bildet i Figur 5.2. Dette kalles en kumulativ fordeling. Den horisontale aksen er gir snødybden for de enkelte år, og den vertikale aksen gir det prosentvise antall år der snødybden var lavere enn tallet på den horisontale aksen. Den røde kurven er den beregnede normalfordelingen basert på gjennomsnittlig snødybde (47 cm) og standardavvik (spredning av data, 28 cm). Av figuren ser man at den røde kurven beskriver dataene meget godt. Det er derfor fornuftig å anta at målingene er normalfordelt. Den vertikale aksen i figuren angir prosentdelen av snødybdene som er lavere enn tallet på den horisontale aksen. For eksempel var snødybden lavere enn 40 cm i 40 % av tilfellene, og lavere enn 80 cm i 90% av tilfellene. Imidlertid er det en mulighet for at det kan komme mer snø enn dette et år, og den sannsynligheten kan regnes ut ved hjelp av normalfordelingen.



Figur 5.2 Kumulativ fordeling av snødybder og normalfordeling.

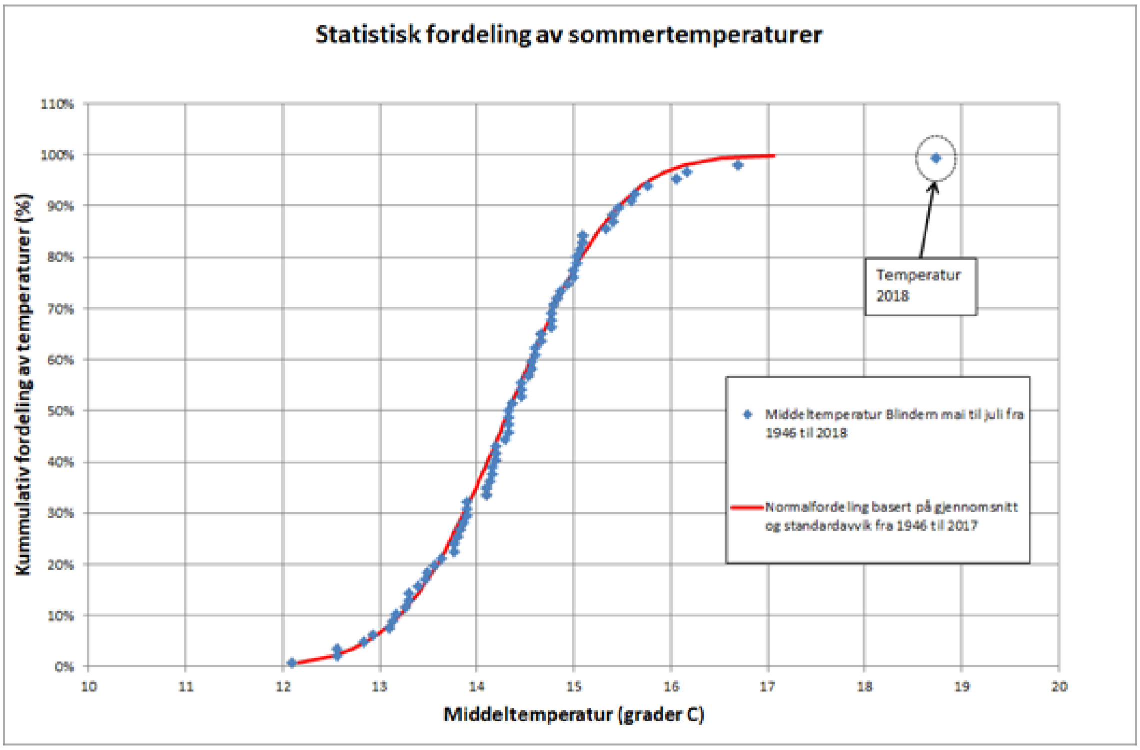
Da finner vi f.eks. at det er 2,9 % sannsynlighet for at det en vinter kan være over 100 cm snø. Det virker kanskje ikke som særlig stor sannsynlighet, men hvis vi tenker oss at den som bygger fjøset vil at det skal stå i minst 50 år, finner vi at sannsynligheten for at snødybden minst én

[7] Standardavviket er et mål for spredningen av data. Excel har en funksjon for å regne ut dette

gang i løpet av de 50 årene skal overstige 100 cm er 77 %. Det er noe byggmesteren må forholde seg til når styrken på taket skal beregnes. Samtidig må man utvise en viss forsiktighet ved bruk av denne typen sannsynlighetsregning. Man kan merke seg at i diagrammet i Figur 5.2 er det en endelig sannsynlighet for å få negativ snødybde, så hvis man bruker statistikk uten å tenke, kan man få underlige resultater.

5.2 Sommervarme

Sommeren 2018 var både varm og tørr. Dette fikk konsekvenser for samfunnssikkerheten. Hva kunne vært forutsagt her? Som et eksempel ser vi på gjennomsnittstemperaturene målt på Blindern for mai, juni og juli fra 1946 til 2018, og tegner disse i samme type diagram som for snødybdene.



Figur 5.3 Fordeling av gjennomsnittstemperaturen på Blindern i mai, juni og juli 1946 – 2018.

Som man kan se er normalfordelingen basert på temperaturer fram til 2017 en meget god presentasjon av hvordan temperaturene har variert fra år til år. Gjennomsnittet for årene 1946 til 2017 er 14,3 grader °C, og standardavviket er 0,88 °C. Dette burde tilsi at det skulle være mulig å forutsi sannsynligheten for gjennomsnittstemperaturen også for neste år. Men gjennomsnittstemperaturen på Blindern for mai til juli 2018 ble målt til 18,7 °C, og hvis man ut fra normalfordelingen beregner sannsynligheten for at temperaturen skulle være minst18,7 °C, finner man at sannsynligheten for dette er 0,00004 %. Dette betyr at dersom man i 2017 hadde forsøkte å beregne hvilken temperatur man kunne forvente i 2018, ville man ha kommet til at den i alle fall ikke kunne bli så høy som den ble. Hvis man for eksempel hadde grunn til å tro at det ville bli ekstra varmt i 2018 og beregnet maksimal temperatur for 2018 med 99 % sannsynlighet, ville man ha funnet et denne ville bli 16,4 ºC. Man ville, basert på historiske data, sagt at det er utenkelig at temperaturen kan bli over 17 grader. En slik gjennomsnittstemperatur som ble registrert kan nesten betegnes som en «sort svane», noe som man tar for gitt ikke kan skje, men som skjer likevel. Dette illustrerer at selv om man har rikelig med data, bør man være forsiktig med å spå om fremtiden, ikke minst i en tid med store værforandringer.

6 Oppsummering

Denne rapporten gir en oversikt over grunnleggende begreper innen statistikk og bruk av statistiske begreper i forbindelse med risikovurderinger. Spesielt er bruk av kvalitative vurderinger, slik dette er beskrevet i veiledere fra DSB, gjennomgått. Det er forsøkt å foreta en kobling mellom kvalitative vurderinger og kvantitative vurderinger slik f.eks. forsikringsbransjen gjør, og ut fra dette er det foreslått hvordan resultatet fra risikovurderinger kan presenteres. Det er også gitt en kort presentasjon av hvordan statistikk kan brukes for å behandle måledata i forbindelse med værrelaterte hendelser.

Vedlegg

A Lærebokeksempler

Her har vi tatt med et lærebokeksempel på veiledninger for sannsynlighet og konsekvens, fra læreboken: Risikoanalyse – teori og metoder (Rausand og Utne 2009)

Klassifisering av sannsynligheter:

Klasser	Sannsynlighet	Frekvens
1	Svært lite sannsynlig	Mindre enn en gang pr. 1000 år
2	Lite sannsynlig	Én gang pr. 100 – 1000 år
3	Sannsynlig	Én gang pr. 10 – 100 år
4	Ganske sannsynlig	Én gang pr. 1 – 10 år
5	Svært sannsynlig	Mer enn en gang pr. år

Klassifisering av konsekvenser:

Konsekvenser		For mennesker	For materielle verdier
1	Liten	Små personskader	< 0,2 Mkr
2	Middels	Alvorlige personskader	0,2 – 2 Mkr
3	Stor	1 – 2 døde	2 – 20 Mkr
4	Svært stor	3 – 10 døde	20 – 200 Mkr
5	Katastrofal	Mer enn 10 døde	200 Mkr

B Binominalfordeling

I avsnitt 2.2.3 har vi sett på sannsynligheten for at en hendelse ikke skal skje, eller skje nøyaktig én gang i løpet av et gitt antall år når sannsynligheten for at den skal skje i løpet av ett år er kjent. Der fant vi at sannsynligheten for at den skulle skje null ganger i løpet av n år er:

Pr(0) = $(1-p)^n$, der p er sannsynligheten for at hendelsen skal skje i løpet av ett år. Og sannsynligheten for at hendelsen skal skje én gang i løpet av n år finnes ved å telle opp alle mulige kombinasjoner til å bli:

$$\mathrm{P}(1) = n \cdot p \cdot (1-p)^{(n-1)}.$$

Generelt får man at sannsynligheten for at en hendelse skal skje x ganger i løpet av n år er:

$$\mathrm{P(x)}=\binom{n}{x} p^x (1-p)^{(n-x)}.$$

$$\text{Her er } \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}\text{, og n! = } 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots n.$$

Hvis man f.eks. setter n=10, p=0,1 og x = 3 får man at sannsynligheten for at hendelsen skal skje tre ganger i løpet ti år blir P(3) = 0,0574 = 5,74 %. Utregningen er implementert i Excel med funksjonen binom.dist.

Størrelsen $\binom{n}{x}$ kalles binominalkoeffisienten og angir hvor mange måter man kan plukke ut x antall tall av en ansamling med n tall på.

C Normalfordeling

Når man har å gjøre med tall som varierer tilfeldig rundt en middelverdi, viser det seg at disse ofte kan beskrives matematisk med en funksjon av typen:

$$g(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}$$

der e er Eulers tall, som er nevnt i kapittel 2.2.3. Hvis man skriver formelen som:

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

er $(x) \cdot dx$ sannsynligheten for at x ligger mellom x- dx/2 og x+ dx/2 når dx er et lite tall.

μ er middelverdien av alle de tilfeldige tallene, og σ er standardavviket, som er et mål for hvor spredt tallene er.

Funksjonen g(x) kalles vanligvis normalfordelingsfunksjonen eller Gauss-kurven. Ofte er det mer praktisk å operere med integralet av g(x), som gjerne kalles G(x). Da er $G(x_0)$ sannsynligheten for at x skal være mindre enn x_0. Det er dette integralet som er vist i Figur 5.2 og Figur 5.3. G(x) kan ikke skrives som en formel, men må beregnes numerisk. Heldigvis er alle de nødvendige formlene implementert i Excel. Før elektronisk databehandling ble allemannseie, måtte man bruke ferdig utregnede tabeller for å regne med normalfordelinger.

Normalfordelingen gjør det mulig å beskrive store datamengder med to enkle tall, middelverdi og standardavvik, men den må brukes med fornuft og forsiktighet. Som eksemplet i Figur 5.2 viser, kan fordelingen for eksempel gi en endelig sannsynlighet for negative snødybder, noe som ikke forkommer i praksis.

Referanser

Aven T., (2010). On how to define, understand and describe risk. *Reliability Engineering and System Safety* 95 (2010), 623 – 631

Busmundrud, O., Maal, M., Hagness Kiran, J. og Endregard, M (2015). Tilnærminger til risikovurderinger for tilsiktede uønskede handlinger. FFI-rapport 2015/00923. Forsvarets forskningsinstitutt.

Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., Pica, P. (2008) "Log or Linear? Distinct Intuitions of the Number Scale in Western and Amazonian Indigene Cultures", Science 320 (2008) 1217 – 1220

DSB (2014a). Veileder til helhetlig risiko- og sårbarhetsanalyse i kommunen. Direktoratet for samfunnssikkerhet og beredskap 2014

DSB (2014b). Veileder for fylkesROS. Direktoratet for samfunnssikkerhet og beredskap 2014.

DSB (2015). Risikoanalyse av «Matbåren smitte» – delrapport til Nasjonalt risikobilde 2015

Hæsken, O. M., Olsen, T. G., Fridheim, H. (1997). Beskyttelse av samfunnet (BAS) – sluttrapport. FFI/rapport 97/01459. Forsvarets forskningsinstitutt.

Kujawski, E., Miller, G. A. (2007). Quantitative Risk-Based Analysis for Military Counterterrorism Systems. Systems Engineering, Vol. 10, No. 4,(273 – 289) (2007)

Meteorologisk institutt (2018). eklima.met.no.

Politidirektoratet (2014). Etterretningsdoktrine for politiet, versjon 1.0 (2014).

Rausand, M. og Utne, B. I., (2009). Risikoanalyse – teori og metode. Bergen: Fagbokforlaget.

Store norske leksikon (2017). *Minste kvadraters metode.* Tilgjengelig på: https://snl.no/minste_kvadraters_metode. Sist besøkt 08.01.19.

Sverdrup E., (1964). Lov og tilfeldighet Bd. 1 – den praktiske statistikks metode og teknikk. Oslo: Universitetsforlaget.

Wikipedia (2018). Weber-Fechners lov. Tilgjengelig på: https://en.wikipedia.org/wiki/Weber%E2%80%93Fechner_law. Sist besøkt 08.01.19.

About FFI

The Norwegian Defence Research Establishment (FFI) was founded 11th of April 1946. It is organised as an administrative agency subordinate to the Ministry of Defence.

FFI's MISSION

FFI is the prime institution responsible for defence related research in Norway. Its principal mission is to carry out research and development to meet the requirements of the Armed Forces. FFI has the role of chief adviser to the political and military leadership. In particular, the institute shall focus on aspects of the development in science and technology that can influence our security policy or defence planning.

FFI's VISION

FFI turns knowledge and ideas into an efficient defence.

FFI's CHARACTERISTICS

Creative, daring, broad-minded and responsible.

Om FFI

Forsvarets forskningsinstitutt ble etablert 11. april 1946. Instituttet er organisert som et forvaltningsorgan med særskilte fullmakter underlagt Forsvarsdepartementet.

FFIs FORMÅL

Forsvarets forskningsinstitutt er Forsvarets sentrale forskningsinstitusjon og har som formål å drive forskning og utvikling for Forsvarets behov. Videre er FFI rådgiver overfor Forsvarets strategiske ledelse. Spesielt skal instituttet følge opp trekk ved vitenskapelig og militærteknisk utvikling som kan påvirke forutsetningene for sikkerhetspolitikken eller forsvarsplanleggingen.

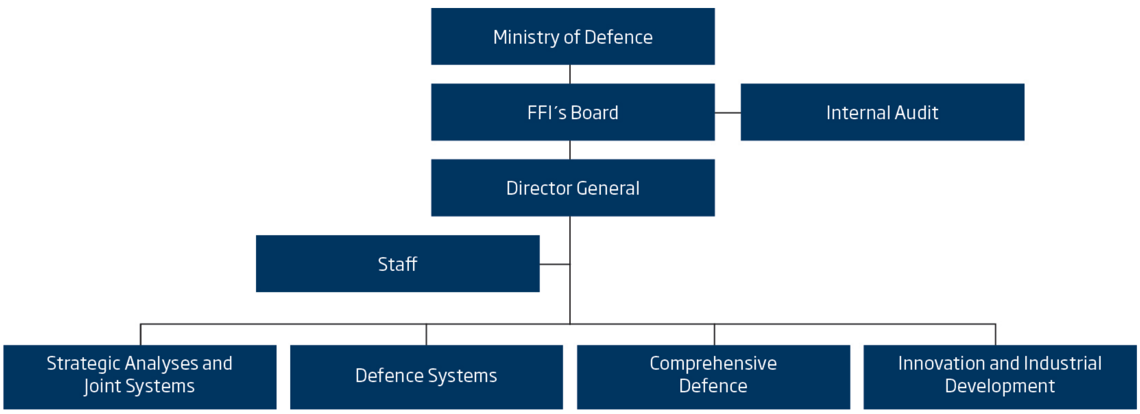
FFIs VISJON

FFI gjør kunnskap og ideer til et effektivt forsvar.

FFIs VERDIER

Skapende, drivende, vidsynt og ansvarlig.

FFI's organisation



Forsvarets forskningsinstitutt
Postboks 25
2027 Kjeller

Besøksadresse:
Instituttveien 20
2007 Kjeller

Telefon: 63 80 70 00
Telefaks: 63 80 71 15
Epost: ffi@ffi.no

Norwegian Defence Research Establishment (FFI)
P.O. Box 25
NO-2027 Kjeller

Office address:
Instituttveien 20
N-2007 Kjeller

Telephone: +47 63 80 70 00
Telefax: +47 63 80 71 15
Email: ffi@ffi.no

FFI Forsvarets forskningsinstitutt
Norwegian Defence Research Establishment